

*На правах рукописи*

**ВЫХОДЦЕВ Ярослав Николаевич**



**Разработка математической модели воздействия  
сейсмовзрывной волны на массив горных пород, включающей  
горизонтальную выработку**

*Специальность 25.00.20 – Геомеханика, разрушение горных пород,  
рудничная аэrogазодинамика и горная теплофизика*

**А в т о р е ф е р а т**  
**диссертации на соискание ученой степени**  
**кандидата технических наук**

**Санкт-Петербург – 2018**

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский горный университет»

*Научный руководитель –  
доктор технических наук, профессор  
Господариков Александр Петрович*

*Официальные оппоненты:*

*Еременко Виталий Андреевич  
доктор технических наук, федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт проблем комплексного освоения недр им. академика Н.В. Мельникова» Российской академии наук, отдел освоения месторождений твердых полезных ископаемых на больших глубинах, ведущий научный сотрудник*

*Вильчинский Владислав Борисович  
кандидат технических наук, ООО «Институт Гипроникель»,  
заведующий горной лабораторией*

*Ведущая организация – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»*

*Защита состоится 26 сентября 2018 г. в 17 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.224.06 при Санкт-Петербургском горном университете по адресу: 199106, Санкт-Петербург, 21-я линия, дом 2, ауд. 1163.*

*С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Санкт-Петербургского горного университета и на сайте [www.spmi.ru](http://www.spmi.ru).*

*Автореферат разослан 26 июля 2018 г.*

**УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ**  
диссертационного совета

**СИДОРОВ**  
Дмитрий Владимирович

## **ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ**

**Актуальность темы исследований.** Разработка рудных месторождений горными предприятиями ведётся открытым и подземным способами. Ведение буровзрывных работ тесно сопряжено с проблемой обеспечения безопасности отработки рудных месторождений, а именно: сохранение подземных сооружений.

Добыча апатит-нефелиновых руд на Объединенном Кировском руднике открытым способом, а именно с помощью проведения массовых взрывов, связана с выделением большого количества энергии, которая наряду с полезными формами работы взрыва (дробление породы) обуславливает образование сейсмовзрывной волны. Перенос энергии в окружающую среду в форме сейсмовзрывной волны, в той или иной степени, может привести к негативным последствиям.

При динамическом воздействии на массив горных пород подземного рудника, включающий горизонтальную горную выработку, возникают значительные деформации и напряжения, влияющие на безопасность и устойчивость выработки.

Сейсмическое воздействие буровзрывных работ на охраняемые объекты исследовалось в работах учёных: В.В. Адушкина, А.Е. Азарковича, Е.Л. Булдакова, В.Б. Вильчинского, Н.Л. Горохова, А.П. Господарикова, В.А. Еременко, А.А. Козырева, С.А. Козырева, Б.Н. Кутузова, Г.М. Ляхова, С.В. Медведева, П.С. Миронова, В.Н. Мосинца, М.А. Садовского, Я.И. Цейтлина, Б.В. Эквиста, М.Б. Эткина, Y. Bo, P. Bormann, D.B. Larson, A.P. Moser и др.

Многие авторы, исследуя процесс воздействия сейсмовзрывных волн на производственную инфраструктуру, в своих работах применяли аналитические и экспериментальные методы. Однако, с появлением мощных вычислительных ресурсов значительно выросла эффективность численных методов, позволяющих наиболее полноценно учитывать условия влияния сейсмовзрывной волны, например, на массив горных пород, вмещающей горизонтальную горную выработку. Также отметим, что на горном предприятии проведение реальных испытаний значительно дороже как по времени, так и по материальным затратам.

Таким образом, разработка эффективных численных алгоритмов, вычислительных программ и программных комплексов, позволяющих на основе разработанной математической модели достоверно оценить безопасный уровень воздействия сейсмовзрывной волны на горную выработку при массовых взрывах, является в настоящее время весьма актуальной задачей исследования.

**Цель диссертационной работы.** На основе результатов математического моделирования воздействия сейсмовзрывной волны на слоистый (неоднородный) массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку, обосновать выбор безопасных параметров ведения буровзрывных работ, позволяющих обеспечить сохранность подземного сооружения (горной выработки).

**Идея диссертационной работы.** Оценку безопасного воздействия сейсмовзрывной волны на массив горных пород, вмещающий горную выработку, необходимо осуществлять на основе результатов численных расчетов его основных параметров напряженно-деформированного состояния (НДС), полученных с помощью разработанного эффективного вычислительного программного комплекса.

**Основные задачи исследований:**

1. Выявление особенностей распространения сейсмовзрывной волны при проведении массовых взрывов на карьерах Кировского рудника АО «Апатит».

2. Оценку воздействия сейсмовзрывной волны на массив горных пород, включающий горную выработку, осуществлять на основе значений продольных и поперечных деформаций скального грунта, скоростей смещения массива горных пород.

3. Определение напряженного состояния массива горных пород, включающего горизонтальную горную выработку.

4. Разработка математической модели, адекватно описывающей воздействие сейсмовзрывной волны на слоистый (неоднородный) массив горных пород в окрестности горизонтальной горной выработки.

5. Построение численных алгоритмов и разработка программного вычислительного комплекса для модельных и важных прикладных задач геомеханики.

6. Выполнение многочисленных численных расчётов на основе разработанного вычислительного программного комплекса для выбора безопасных параметров ведения буровзрывных работ при отработке месторождения апатит-нефелиновых руд (Объединённый Кировский рудник) и широкое сопоставление их с натурными данными.

**Методы исследований.** В диссертационной работе использованы различные методы исследований, такие как: анализ и обобщение необходимого научного и практического опыта; разработка математической и геомеханической моделей, построение разностных схем и эффективных численных алгоритмов; разработка вычислительного программного комплекса с использованием новейших информационных технологий для численного моделирования, анализа и визуализации;

изучение и обработка большого объема данных по сейсмособытиям. В основе научных исследований лежат труды российских и зарубежных авторов, специализирующихся на оценке взаимодействия сейсмовзрывной волны с массивом горных пород, включающим горизонтальную горную выработку.

**Научная новизна:**

1. Разработана и обоснована геомеханическая модель воздействия сейсмовзрывной волны на слоистый (неоднородный) массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку;

2. Получены закономерности изменения основных параметров напряженного состояния слоистого (неоднородного) массива горных пород, вмещающего выработку, при взаимодействии с сейсмовзрывной волной.

**Теоретические исследования** проводятся в области распространения сейсмовзрывной волны в неоднородном горном массиве с учётом основных геомеханических характеристик слоёв, окружающих выработку.

**Защищаемые положения:**

1. Оценку воздействия сейсмовзрывной волны на неоднородный массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку, необходимо производить на основе разработанной геомеханической модели, базирующейся на уравнениях динамической теории упругости Мизеса.

2. Надежное прогнозирование НДС неоднородного слоистого массива, вмещающего горизонтальную горную выработку, при воздействии на него сейсмовзрывной волны необходимо осуществлять на основе результатов применения вычислительного программного комплекса, включающего разработанные эффективные численные алгоритмы.

3. Выбор и обоснование безопасных параметров ведения буровзрывных работ при отработке месторождения апатит-нефелиновых руд Объединённого Кировского рудника должны включать в себя результаты численного моделирования разработанной геомеханической модели воздействия сейсмовзрывной волны на массив горных пород для обеспечения безопасности действующей горизонтальной горной выработки.

**Практическая значимость работы:**

1. Разработаны геомеханическая и математическая модели, численные алгоритмы и вычислительный программный комплекс на языке JavaScript для моделирования воздействия сейсмовзрывной волны на

слоистый массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку;

2. Определены основные параметры НДС массива горных пород для необходимой оценки прочности крепи горизонтальной горной выработки при ведении буровзрывных работ на месторождениях апатит-нефелиновых руд (Объединённый Кировский рудник).

**Достоверность и обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций** обеспечивается строгостью постановки рассматриваемых задач, использованием разработанных геомеханической и комплексной математической моделей воздействия сейсмовзрывной волны на слоистый массив горных пород, использованием методов численного интегрирования применительно к системам разрешающих дифференциальных уравнений, а также допустимой сходимостью результатов математического моделирования с результатами натурных замеров.

**Апробация работы.** Основные положения и содержание диссертационной работы докладывались на Международном форуме-конкурсе «Проблемы недропользования» (Санкт-Петербург, 2012 г.), на VIII международной научно-технической конференции «Инновационные направления в проектировании горнодобывающих предприятий» (Санкт-Петербург, 2017 г.), на Международном форуме-конкурсе «Проблемы недропользования» (Санкт-Петербург, 2017 г.), на Международной научно-практической конференции «Современные проблемы геомеханики при освоении месторождений полезных ископаемых и подземного пространства мегаполисов» (Санкт-Петербург, 2017 г.), а также на регулярных заседаниях кафедры взрывного дела.

**Личный вклад автора:**

1. Анализ и обработка натурных замеров во время проведения буровзрывных работ на Объединенном Кировском руднике;

2. Разработка геомеханической и математической моделей воздействия сейсмовзрывной волны на массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку;

3. Построение численных методик и использование алгоритмов прямого интегрирования применительно к системам разрешающих дифференциальных уравнений;

4. Разработка вычислительного программного комплекса для математического моделирования взаимодействия сейсмовзрывной волны с массивом горных пород, вмещающим горизонтальную выработку.

**Реализация результатов работы.** Результаты научных исследований рекомендуются к применению в работе проектных организаций для расчётов, связанных с сейсмическим действием на

действующие горные выработки при проектировании массовых взрывов. Теоретические выводы и практические результаты диссертационной работы внедрены в образовательный процесс Горного университета в дисциплинах: «Проектирование и организация взрывных работ», «Технология и безопасность взрывных работ».

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 7 научных работ, 3 из них – в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки России. Получены 2 свидетельства о регистрации программного продукта.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа изложена на 125 странице машинописного текста, содержит 4 главы, введение и заключение, список литературы из 150 наименований, 70 рисунков и 38 таблиц.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во **введении** работы представлена информация об её актуальности, обозначены задачи и цель исследования, приведена идея работы, сформулированы защищаемые положения, практическая значимость и научная новизна.

**В первой главе** представлены основные принципы генерации сейсмовзрывной волны, также приведен анализ состояния и перспективы развития методов исследования НДС слоистого (неоднородного) массива горных пород, включающий горизонтальную горную выработку, обозначены проблемы безопасности охраняемых объектов, а именно горных выработок.

**Во второй главе** приведена математическая модель распространения сейсмовзрывной волны и её воздействие на горизонтальную горную выработку в однослойной и многослойных средах. Приведено решение статической задачи методом установления. Даны оригинальная расчетно-разностная схема решения краевой задачи.

**Третья глава** включает алгоритм численного решения краевой задачи, реализующий полученную математическую модель. Продемонстрирована работа разработанного вычислительного программного комплекса.

**В четвертой главе** приведены сравнения натурных измерений с численными решениями показывающие достоверность полученных результатов. Даны рекомендации по обеспечению безопасности горной выработки.

**В заключении** подводится итог проделанной работы.

Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю профессору А.П. Господарикову, сотрудникам кафедры взрывного дела, а также Г.А. Колтону, В.А. Артёмову и А.В. Аспедникову за помощь в подготовке и выполнении диссертационной работы.

Основные результаты исследования отражены в защищаемых положениях:

**1. Оценку воздействия сеймовзрывной волны на неоднородный массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку, необходимо производить на основе разработанной геомеханической модели, базирующемся на уравнениях динамической теории упругости Мизеса.**

Для описания воздействия сеймовзрывной волны на горную выработку в работе используется математическая модель на основе уравнений динамической теории упругости Мизеса в криволинейных координатах. Обозначения, принятые на рисунке 1:  $x$  – расстояние  $MM_1$  от точки  $M$  до границы горной выработки;  $y$  – длина дуги  $\Gamma$  от точки  $O$  до точки  $M_1$ ;  $O$  – точка соприкосновения фронта  $C_1$  падающей волны с границей горной выработки; сплошная линия – граница горной выработки, пунктируемые линии – границы слоев,  $N$  – число слоев, при котором наружный слой обозначен номером 1.

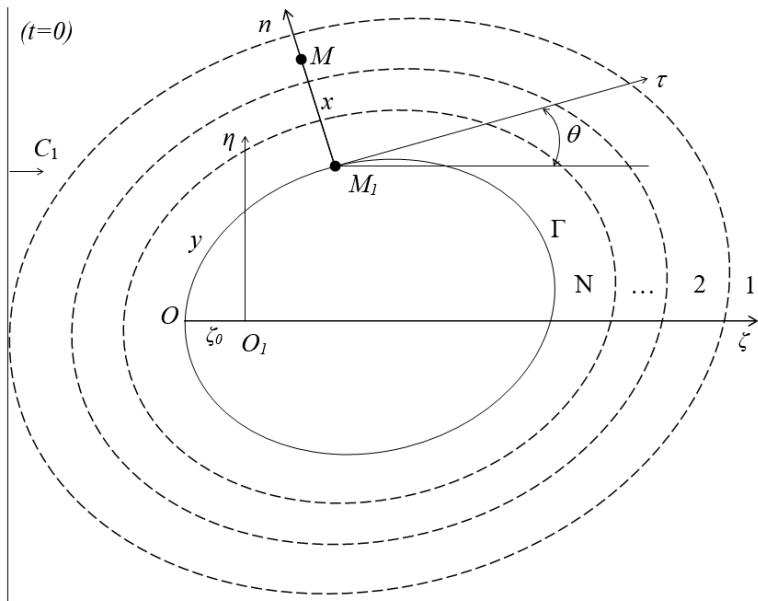


Рисунок 1 – Система координат для многослойного расчёта

Используя уравнения динамической теории упругости в координатах Мизеса с учетом их некоторых модификаций, для каждого слоя имеем следующую систему дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\begin{cases} \frac{\partial v_1^i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{11}^i}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial \sigma_{12}^i}{\partial y} + \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial x} (\sigma_{11}^i - \sigma_{22}^i); \\ \frac{\partial v_2^i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{12}^i}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial \sigma_{22}^i}{\partial y} + \frac{2}{H} \frac{\partial H}{\partial x} \sigma_{12}^i; \\ \frac{\partial \sigma_{11}^i}{\partial t} = \frac{\partial v_1^i}{\partial x} + \frac{(1-2b^i)}{H} \frac{\partial v_2^i}{\partial y} + \frac{(1-2b^i)}{H} \frac{\partial H}{\partial x} v_1^i; \\ \frac{\partial \sigma_{22}^i}{\partial t} = (1-2b^i) \frac{\partial v_1^i}{\partial x} + \frac{1}{H} \left( \frac{\partial v_2^i}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x} v_1^i \right); \\ \frac{\partial \sigma_{12}^i}{\partial t} = b^i \left( \frac{1}{H} \frac{\partial v_1^i}{\partial y} + \frac{\partial v_2^i}{\partial x} - \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial x} v_2^i \right); (i=1, 2, \dots, N), \end{cases} \quad (1)$$

где  $v_1^i, v_2^i$  – компоненты вектора скорости частицы массива горных пород по координатным осям  $M_1x$  и  $M_1y$ , соответственно;  $\sigma_{11}^i, \sigma_{22}^i, \sigma_{12}^i$  – компоненты тензора напряжений;  $H = l + k(y) \cdot x$  – коэффициент Ламе,  $k(y)$  – кривизна поверхности выработки в точке  $M_1$ ;  $b^i = \frac{1-2\nu^i}{2(1+\nu^i)}$ ;  $\nu^i$  – коэффициент Пуассона;

координаты отнесены к характерному размеру горной выработки  $L = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$ , м;  $S$  – площадь выработки,  $m^2$ ; компоненты вектора скорости – к скорости распространения продольной волны в  $i$ -ом слое  $c^i = \sqrt{\frac{E^i(1-\nu^i)}{\rho^i(1+\nu^i)(1-2\nu^i)}}$ ,  $m/c$ ;  $E^i$  – модуль Юнга,  $Pa$ ;  $\rho^i$  – плотность среды,  $kg/m^3$ ; компоненты тензора напряжений отнесены к величине  $\rho^i(c^i)^2$ ; компоненты вектора скорости – к величине  $c^i$ ; время  $t$  – к величине  $L/c^i$ ; время  $t$  отсчитывается от момента встречи фронта падающей волны с границей между первым и вторым слоями.

Систему (1) дифференциальных уравнений первого порядка в частных производных запишем в матричной форме:

$$\frac{\partial U^i}{\partial t} + B^i \frac{\partial U^i}{\partial x} + p C^i \frac{\partial U^i}{\partial y} + q Q^i U^i = 0, \quad (2)$$

где  $U^i = \{v_1^i, v_2^i, \sigma_{11}^i, \sigma_{22}^i, \sigma_{12}^i\}^T$  – вектор неизвестных;  $p = \frac{1}{H}$ ;  $q = \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial x}$ .

Постоянные матрицы пятого порядка, присутствующие в матричном уравнении (2), имеют вид:

$$B^i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1-2b^i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b^i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C^i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1-2b^i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ b^i & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q^i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1-2b^i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b^i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для замыкания системы (1) краевыми условиями в работе рассматриваются следующие условия:

1. Границные условия на поверхности полости (горной выработки):

$$\sigma_{11}|_{x=0} = \sigma_{12}|_{x=0} = 0 \quad (3)$$

или в матричном виде

$$SU|_{x=0} = 0, \quad (4)$$

где прямоугольная матрица  $S$  имеет вид

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (5)$$

условие периодичности

$$U|_{y=0} = U|_{y=l}, \quad (6)$$

где  $l$  – длина дуги линии  $\Gamma$ .

2. Начальные условия в начальный момент времени  $t = 0$  определяют поля напряжений и скоростей по формулам:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^0 &= \sigma^0(\zeta_0 - \zeta)(\sin^2 \theta - b \cos^2 \theta); \\ \sigma_{12}^0 &= -\sigma^0(\zeta_0 - \zeta)(1-b)\sin \theta \cos \theta; \\ \sigma_{22}^0 &= \sigma^0(\zeta_0 - \zeta)(\cos^2 \theta + b \sin^2 \theta); \\ v_1^0 &= -\sigma^0(\zeta_0 - \zeta)\sin \theta; \\ v_2^0 &= \sigma^0(\zeta_0 - \zeta)\cos \theta. \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом, геомеханическая модель адекватно описывает напряженно-деформированное состояние массива горных пород, включающего горизонтальную горную выработку, под воздействием сейсмовзрывной волны.

**2. Надежное прогнозирование НДС неоднородного слоистого массива, вмещающего горизонтальную горную выработку, при воздействии на него сейсмовзрывной волны необходимо осуществлять на основе результатов применения вычислительного программного комплекса, включающего разработанные эффективные численные алгоритмы.**

Для численного решения краевой задачи, которая представлена в виде дифференциального матричного уравнения с граничными и начальными условиями, в работе построена расчетная разностная схема для уравнения (2).

Затем область изменения переменных  $x, y$  (расчетная область) необходимо разбить на прямоугольники с помощью прямых линий  $x=x_j^L (j=1,2,\dots,J^L)$  и  $y=y_m (m=1,2,\dots,M)$ , а в пространстве  $(x, y, t)$  с помощью плоскостей  $x=x_{j-1}, x=x_j, y=y_{k-1}, y=y_k, t=t', t=t'+\tau$  выделить элементарный параллелепипед  $V$ , в результате чего получается конечно-разностная схема решения краевой задачи (рисунок 2).

Конечно-разностное уравнение задачи для конкретного слоя имеет вид:

$$U^{jm} = \left[ E - \gamma \frac{\tau}{h_x} \Phi_x^+ - \gamma \frac{\tau}{h_y} (p_{jm} \Phi_y^+ + p_{j,m-1} \Phi_y^-) \right] U_{jm} + \gamma \frac{\tau}{h_x} (\Phi_x^+ U_{j-1,m} + \Phi_x^- U_{j+1,m}) + \\ + \gamma \frac{\tau}{h_y} (p_{j,m-1} \Phi_y^+ U_{j,m-1} + p_{jm} \Phi_y^- U_{j,m+1}) - (\Pi U)_{jm} \gamma \tau; \gamma = \frac{c}{\Gamma}. \quad (8)$$

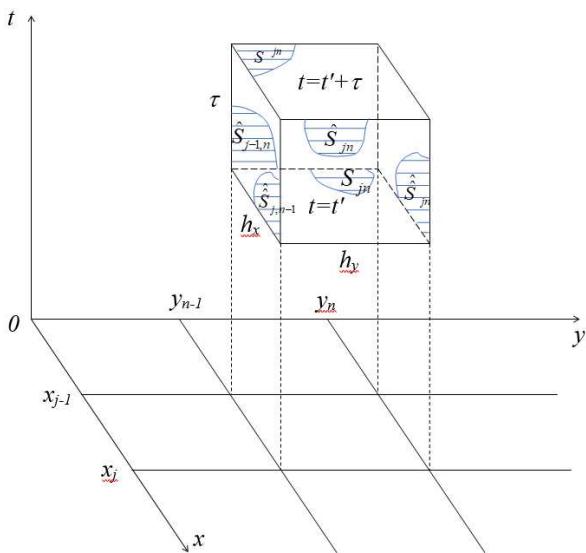


Рисунок 2 – Схема постановки краевых условий на границе слоев

Для организации сквозного счета, необходимо поставить краевые условия на границе слоев (рисунок 3).

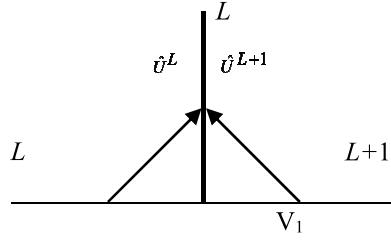


Рисунок 3 – Схема постановки краевых условий на границе слоев

На рисунке 3 изображены  $L$  и  $L+1$  номера слоев, при этом номер границы совпадает с номером прилегающего к ней левого слоя  $L$ . Принимая слои жестко сцепленными друг с другом, краевые условия на границе запишем в виде:

$$\begin{cases} b \cdot \hat{\sigma}_{11}^L = \hat{\sigma}_{11}^{L+1}; \\ b \cdot \hat{\sigma}_{12}^L = \hat{\sigma}_{12}^{L+1}; \\ a \cdot \hat{v}_1^L = \hat{v}_1^{L+1}; \\ a \cdot \hat{v}_2^L = \hat{v}_2^{L+1}, \end{cases} \quad (9)$$

где  $\hat{\sigma}, \hat{v}$  обозначают соответствующие параметры (компоненты тензора напряжений и вектора скорости) по обе стороны от границы слоев  $L$  и  $L+1$ ;

$$a = -\frac{c^L}{c^{L+1}}; \quad b = a^2 \frac{\rho^L}{\rho^{L+1}}.$$

Представим граничные условия (9) в матричной форме:

$$Z \cdot \hat{U} = 0,$$

$$\text{где } \hat{U} = \begin{pmatrix} \hat{v}_1^L \\ \hat{v}_2^L \\ \hat{\sigma}_{11}^L \\ \hat{\sigma}_{22}^L \\ \hat{\sigma}_{12}^L \end{pmatrix}, \quad \hat{U}^L = \begin{pmatrix} \hat{v}_1^L \\ \hat{v}_2^L \\ \hat{\sigma}_{11}^L \\ \hat{\sigma}_{22}^L \\ \hat{\sigma}_{12}^L \end{pmatrix}, \quad \hat{U}^{L+1} = \begin{pmatrix} \hat{v}_1^{L+1} \\ \hat{v}_2^{L+1} \\ \hat{\sigma}_{11}^{L+1} \\ \hat{\sigma}_{22}^{L+1} \\ \hat{\sigma}_{12}^{L+1} \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b \end{pmatrix}.$$

С помощью условия сохранения инвариантов Римана определим все компоненты вектора неизвестных  $\hat{U}$ :

$\begin{cases} \hat{\nu}_1^{L+1} = \nu_1^{L+1} \\ \hat{\nu}_2^{L+1} = \nu_2^{L+1} \\ \hat{\nu}_3^{L+1} = \nu_3^{L+1} \end{cases}; \quad \begin{cases} \hat{\nu}_3^L = \nu_3^L \\ \hat{\nu}_4^L = \nu_4^L \\ \hat{\nu}_5^L = \nu_5^L \end{cases},$   
 при этом векторы  $\hat{\nu} = \begin{pmatrix} \hat{\nu}_1^{L+1} \\ \hat{\nu}_2^{L+1} \\ \hat{\nu}_3^{L+1} \\ \hat{\nu}_3^L \\ \hat{\nu}_4^L \\ \hat{\nu}_5^L \end{pmatrix}$  и  $\hat{U}$  связаны соотношением вида  $\hat{\nu} = \Omega \cdot \hat{U}$ ,  
 где  $\Omega = \begin{pmatrix} \Lambda_{1-3}^{L+1} & 0 \\ 0 & \Lambda_{3-5}^L \end{pmatrix}$ ,  $\Lambda^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\psi & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\delta & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \psi & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  – матрица левых собственных

векторов матрицы  $B^i$ ,  $\psi = \sqrt{b^i}$ ,  $\delta = 1 - 2b^i$ ,  $b^i = \frac{1-2\nu^i}{2(1-\nu^i)}$ .

После введения матрицы  $\Pi = \begin{pmatrix} \Omega \\ Z \end{pmatrix}$  система для получения компонентов вектора неизвестных  $\hat{U}$  в матричной форме примет вид:

$$\Pi \cdot \hat{U} = \Omega^0 \cdot U,$$

где  $U = \begin{pmatrix} v_1^{L+1} & v_2^{L+1} & \sigma_{11}^{L+1} & \sigma_{22}^{L+1} & \sigma_{12}^{L+1} & v_1^L & v_2^L & \sigma_{11}^L & \sigma_{22}^L & \sigma_{12}^L \end{pmatrix}^T$  – вектор, каждый компонент которого является значением соответствующей величины в ячейках, примыкающих к границе слоев  $L$  и  $L+1$ ;  $\Omega^0 = \begin{pmatrix} \Omega \\ 0 \end{pmatrix}$ .

Приходим окончательно к выражению

$$\hat{U} = \Pi^{-1} \cdot \Omega^0 \cdot U. \quad (10)$$

Для выполнения численного счета предлагается ввести фиктивные ячейки:  $S_{0,p}^L$  для слоя  $L$  и  $S_{J+1,p}^{L+1}$  для слоя  $L+1$ ; далее полагаем  $U_{0,k}^L = \hat{U}_k^L$ ,  $k = 1, 2, \dots, 5$ ;  $U_{J+1,k}^{L+1} = \hat{U}_k^L$ ,  $k = 6, 7, \dots, 10$ .

Решение данной краевой задачи выполним с помощью пошагового алгоритма. При условии, что на временном слое  $t=t'$  состояние среды уже известно, переход на следующий временной слой  $t=t'+\tau$  осуществляется

заполнением всех фиктивных ячеек при помощи выражения (10) с последующим применением соотношения (8). В процессе каждого такого перехода размер расчетной области уменьшается на одну ячейку по оси  $Ox$ . Следовательно, при необходимости построить решение в произвольном прямоугольнике  $\begin{cases} x \in [0, x^1] \\ y \in [0, l] \end{cases}$ ; для всех значений  $t \in [0, T]$ , требуется, чтобы расчетная область изначально занимала по меньшей мере прямоугольник  $\begin{cases} x \in [0, x^1 + T] \\ y \in [0, l] \end{cases}$ .

На основе принятых разностных схем и краевых условий разработан программный комплекс на языке JavaScript, решающий поставленную задачу, а именно определение основных параметров НДС слоистого горного массива, окружающего горизонтальную выработку, под воздействием сейсмовзрывной волны.

Основной экран конструктора для запуска расчётов изображен на рисунке 6. Основные формы выработок наиболее часто использующихся при расчётах представлены на рисунке 9. Визуализация сценария для поля скоростей  $v_1$  представлена на рисунке 10. Вокруг выработки можно располагать реперные точки для которых будут строиться графики по основным параметрам скоростям смещения грунта, ускорениям, напряжениям и деформациям. Примеры графиков представлены на рисунках 7 и 8.

**3. Выбор и обоснование безопасных параметров ведения буровзрывных работ при отработке месторождения апатит-нефелиновых руд Объединённого Кировского рудника должны включать в себя результаты численного моделирования разработанной геомеханической модели воздействия сейсмовзрывной волны на массив горных пород для обеспечения безопасности действующей горизонтальной горной выработки.**

Исходные данные с Объединенного Кировского рудника получены в виде базы данных сейсмособытий. Данные хранятся в системе управления базами данных Microsoft SQL (рисунок 4). Реляционные зависимости между таблицами представлены на рисунке 5. Описание основных полей таблицы сейсмособытий представлены в таблице 0.

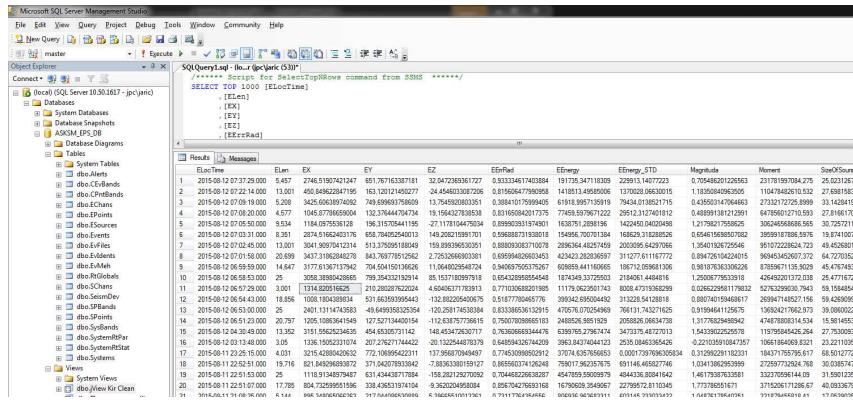


Рисунок 4 – Натурные данные хранятся в Microsoft SQL Server Management Studio

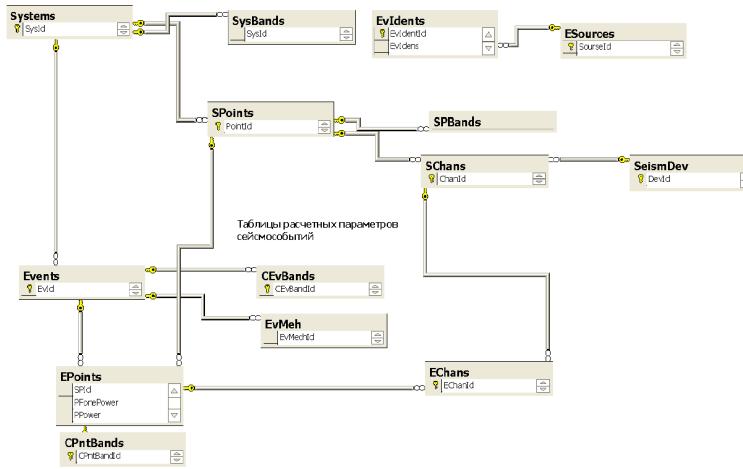


Рисунок 5 – Структура базы данных

Таблица 1 – Описание основных полей таблицы Events:

Название поля	Тип данных	Комментарий
EvId	bigint	Идентификатор события - первичный ключ
ESysId	int	Идентификатор сейсмической системы
ELocTime	datetime	Время события локальное
Estate	int	Статус расчета события: 0 – OK; 1 – недостаточно пунктов для расчета; 2 – недопустимая конфигурация сейсмопунктов; 3, 4 – точное решение не получено; 5 – координаты события за зоной регистрации
ETypeId	int	Идентификатор
EX, EY, EZ	float	Координаты гипоцентра сейсмособытия. Координата X, Y, Z соответственно, м
EEnergy	float	Энергия сейсмособытия, Дж
Moment	float	Сейсмический момент события
SizeOfSource	float	Размер очага, м
Magnituda	float	Магнитуда
DinSigma	float	Динамический сброс напряжений в очаге
MomentP	float	Сейсмический момент, рассчитанный по P волне
MomentS	float	Сейсмический момент, рассчитанный по S волне
ECalcParTime	datetime	Расчетное время события
EQuality	smallint	Экспертное качество расчета параметров

Представлены результаты моделирования сейсмической волны, распространяющейся в горном массиве, в условиях, приближенных к Объединенному Кировскому руднику.

Волна падает под углом 0°, эпюра волны представлена на рисунке 12. Энергия взрыва составляет 2,12 ГДж при размере очага взрыва 50,8 м; магнитуда 2,93; σ<sup>0</sup> равна 12,9 МПа. Ориентировочная масса ВВ при массовом взрыве составляет 50,7 т.

Горная выработка находится на глубине 500 м. В данном случае рассматривается четыре слоя вокруг горной выработки, параметры слоев приведены в таблице 2. Форма выработки представлена на рисунке 11, ширина и высота составляют 8 м и 5 м, соответственно. Данные о контрольных (реперных) точках находятся в таблице 3.

Таблица 2 – Параметры слоев

№	Наименование	E, ГПа	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	v	H, м
1	Хибиниты	42	2630	0,25	2
2	Гнейсы	65	2600	0,22	2
3	Ийолиты	80	2790	0,21	2
3	Сталь	200	7800	0,28	1

Таблица 3 – Расположение контрольных точек

№	Расстояние от центра выработки, м	Угол поворота, град	Цвет
1	8,884	0	красный
2	10,884	90	голубой
3	5	30	зеленый
4	3,5	0	фиолетовый
5	5	0	синий

Графики проекций  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$  представлены на рисунках 14 и 15, максимальные значения не превышают значения напряжения на разрыв стали. Также, как видно по графикам скорости на рисунке 13, значения не превышают 120 см/с. Согласно методике, представленной М.Б. Эткиным и А.Е. Азарковичем, такие результаты соответствуют 4 уровню обеспечения безопасности. Степень возможных повреждений объектов – умеренная. Возможно развитие имеющихся трещин и заколов с вывалом отдельных кусков на обнажениях скальных массивов и бортах горных выработок. Изменение режима работы: приостановка работы на время взрыва и проведения ремонтных мероприятий.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе предлагается новое решение актуальной задачи обеспечения безопасности горных выработок при проведении массовых взрывов на Объединенном Кировском руднике. По итогам диссертационной работы можно сделать следующие заключения:

1. Построена математическая модель взаимодействия сейсмовзрывной волны с неоднородным массивом горных пород, вмещающим горизонтальную горную выработку.
2. В соответствии с разработанными расчетными схемами проведено численное интегрирование уравнений математической модели, описывающей влияние сейсмовзрывной волны на слоистый массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку.

3. Разработан вычислительный программный комплекс, моделирующий основные параметры НДС при воздействии сейсмовзрывной волны на слоистый массив горных пород, включающий горизонтальную выработку. В состав программного комплекса входят мощные средства для визуализации полей напряжений, скоростей, деформаций, ускорений и построения графиков указанных величин для выбранных пользователем реперных точек.

4. Подтверждена достоверность разработанных расчетных схем и численных алгоритмов путем сравнения натурных данных с результатами численного моделирования.

5. Определены безопасные параметры буровзрывных работ для обеспечения сохранности горизонтальной горной выработки с помощью разработанного программного комплекса.

#### **ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ:**

##### **В изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки России:**

1. Выходцев, Я.Н. Визуализация математической модели взаимодействия взрывной волны с выработками и твердыми включениями [Текст] / Я.Н. Выходцев, Г.А. Колтон, Е.П. Иванченко // Записки Горного института. – 2013. – Т. 206 – С. 213-216.

2. Господариков, А.П. Математическое моделирование воздействия сейсмовзрывных волн на горный массив, включающий выработку [Текст] / А.П. Господариков, Я.Н. Выходцев, М.А. Зацепин // Записки Горного института – 2017. – Т. 226 – С. 405-411.

3. Господариков, А.П. Об одном подходе математического моделирования воздействия сейсмовзрывных волн на слоистый горный массив, включающий горную выработку [Текст] / А.П. Господариков, Я.Н. Выходцев // Маркшейдерский вестник. – 2017. – №3 – С. 61-65.

##### **В прочих изданиях:**

4. Выходцев Я.Н. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017616454. Многофункциональный инструмент расчёта параметров сплошного массива горных пород, включающий горную выработку / Я.Н. Выходцев, А.П. Господариков; заявитель и правообладатель ФГБОУ высшего образования «Санкт-Петербургский горный университет» (RU). – №2017616454; заявл. 24.04.2017; опубл. 07.06.2017, Реестр программ для ЭВМ. – 1 с.

5. Выходцев Я.Н. Визуализация воздействия сейсмовзрывных волн на массив горных пород, включающий горную выработку [Текст] / **Я.Н. Выходцев** // Сборник научных трудов IV Международной научно-методической конференции «Современные образовательные технологии в преподавании естественно-научных и гуманитарных дисциплин». – 2017. – С. 300-305.

6. Господариков А.П. О некоторых результатах численного моделирования воздействия сейсмовзрывных волн на слоистую неоднородную среду, включающую выработку [Текст] / А.П. Господариков, **Я.Н. Выходцев** // Сборник научных трудов VIII Международной научно-технической конференции «Инновационные направления в проектировании горнодобывающих предприятий: Геомеханическое обеспечение проектирования и сопровождения горных работ». – 2017. – С. 285-292.

7. Ковалевский В.Н. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2018614455. Расчёт параметров буровзрывных работ при скважинной отбойке руды в подземных условиях / В.Н. Ковалевский, **Я.Н. Выходцев**, А.В. Мысин; заявитель и правообладатель ФГБОУ высшего образования «Санкт-Петербургский горный университет» (RU). – №2018614455; заявл. 15.02.2018; опубл. 06.04.2018, Реестр программ для ЭВМ. – 1 с.



Рисунок 6 – Конфигуратор для запуска расчётов

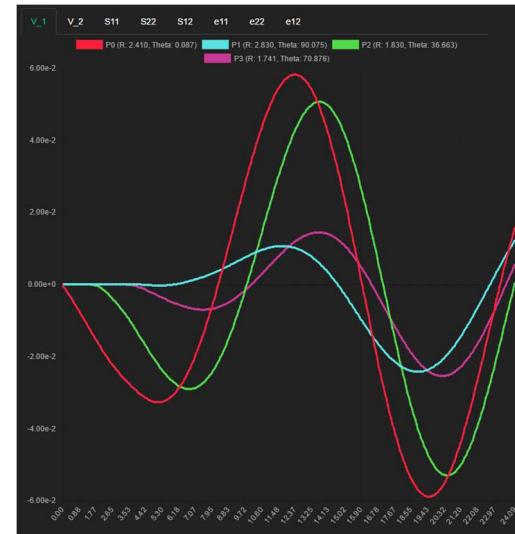


Рисунок 7 – Визуализация сценария. Графики скоростей в реперных точках

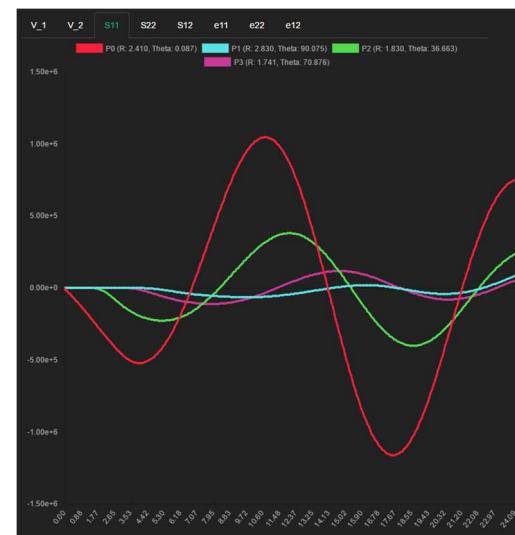


Рисунок 8 – Визуализация сценария. Графики напряжений в реперных точках

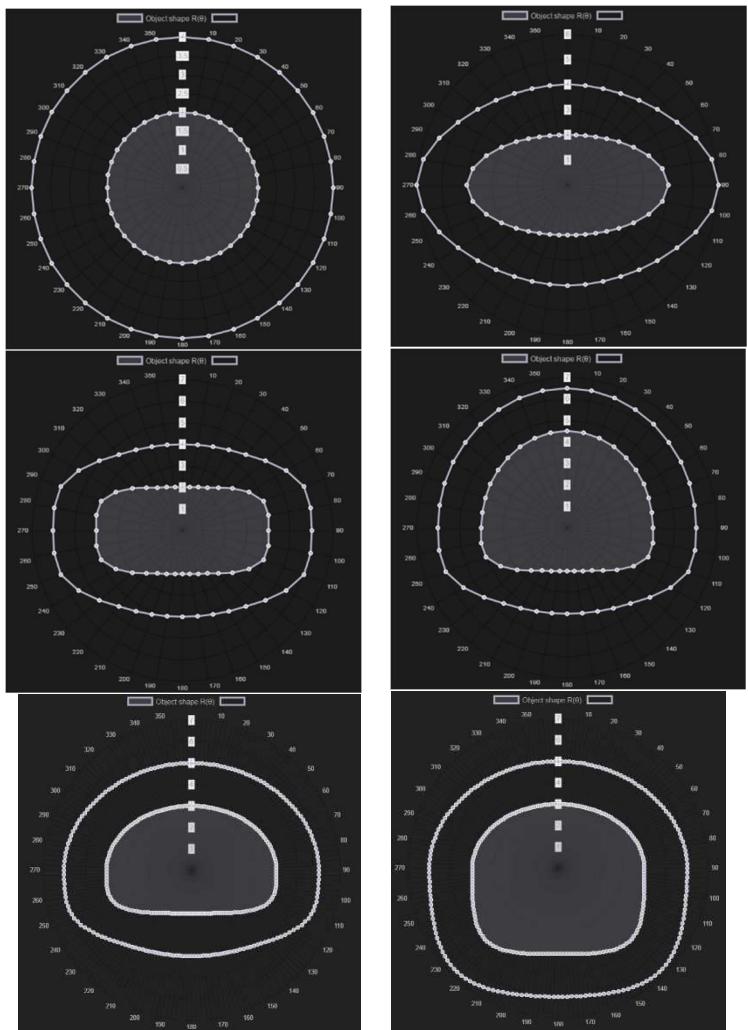


Рисунок 9 – Формы выработок, используемых при расчётах

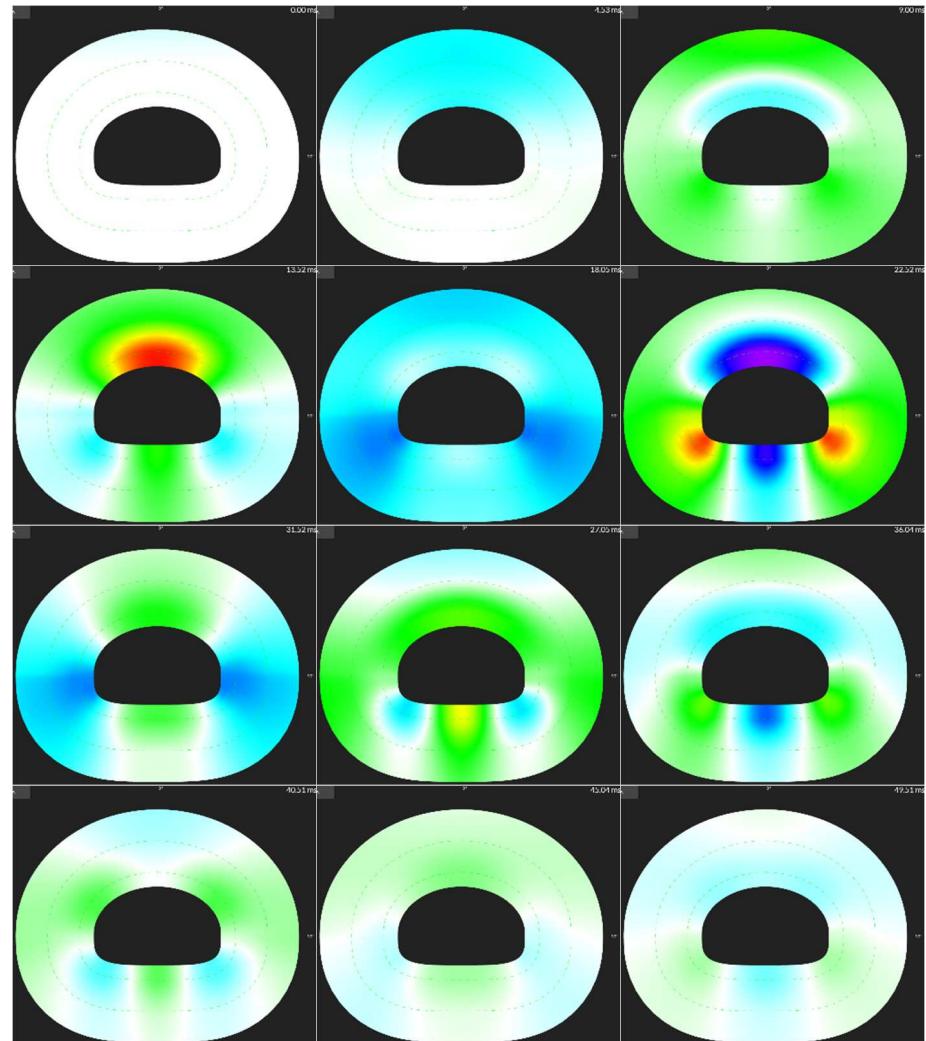


Рисунок 10 – Визуализация сценария. Изменение поля  $v_1$  во времени

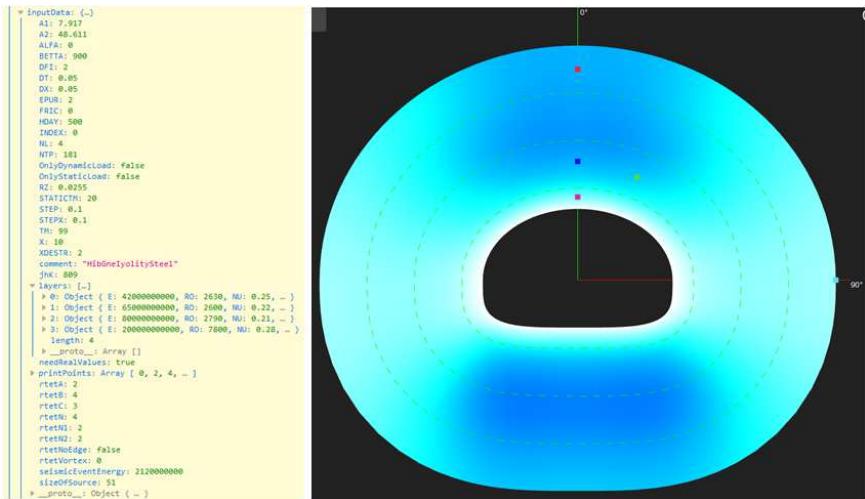


Рисунок 11 – Основные параметры расчёта и расположение реперных точек

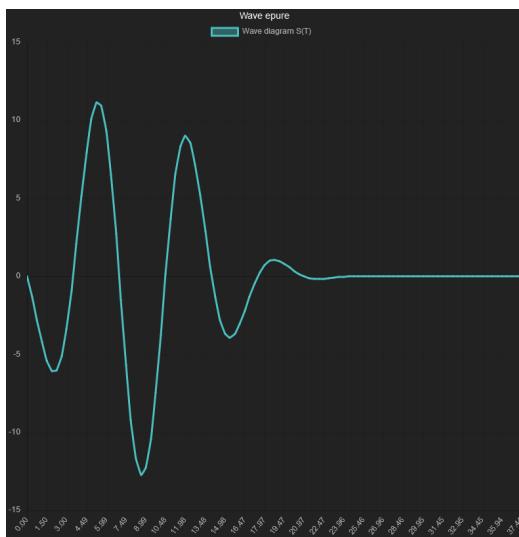


Рисунок 12 – Эпюра волны (по горизонтальной оси время, мс; по вертикальной оси напряжение на фронте волны, МПа)

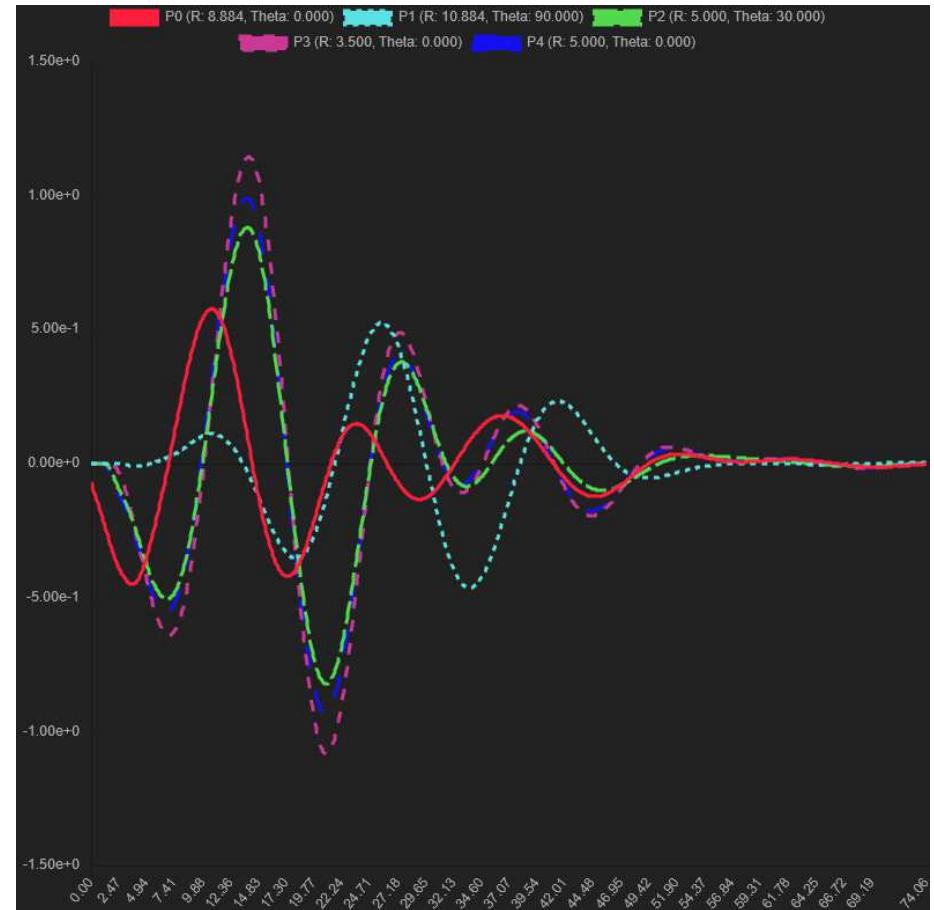


Рисунок 13 – Проекция скоростей смещения грунта  $v_1$  (по горизонтальной оси время, мс; по вертикальной оси скорость смещения, м/с)

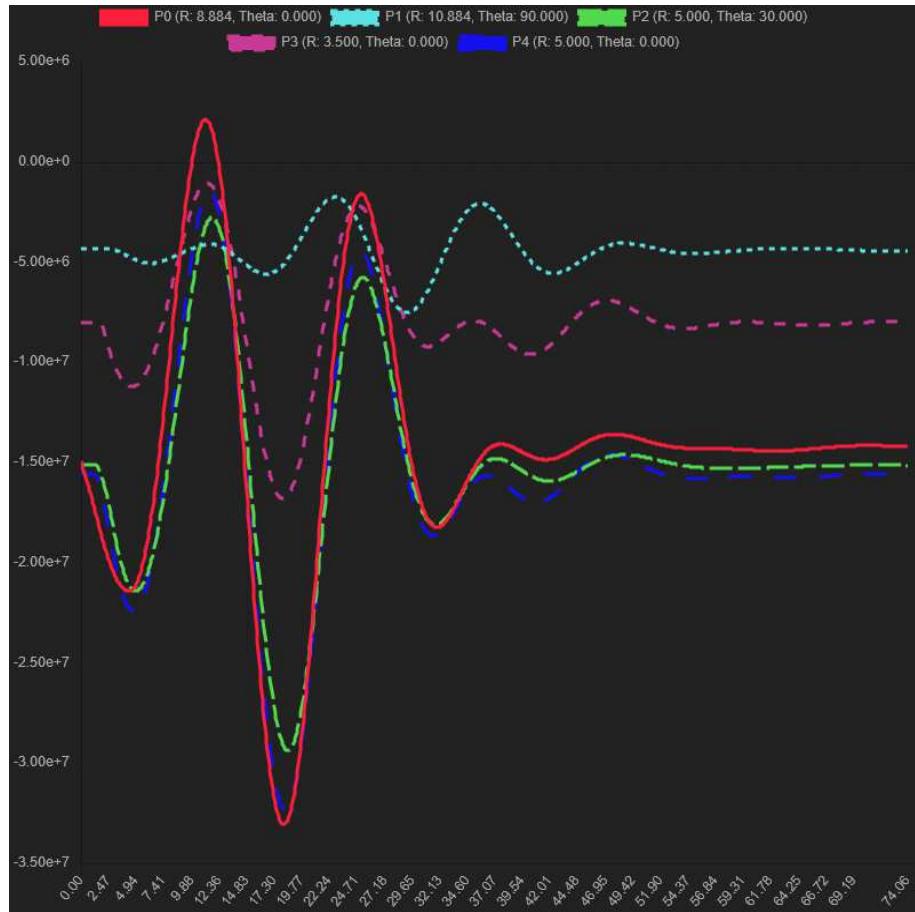


Рисунок 14 – Проекция  $\sigma_{11}$  (по горизонтальной оси время, мс; по вертикальной оси напряжение, Па)

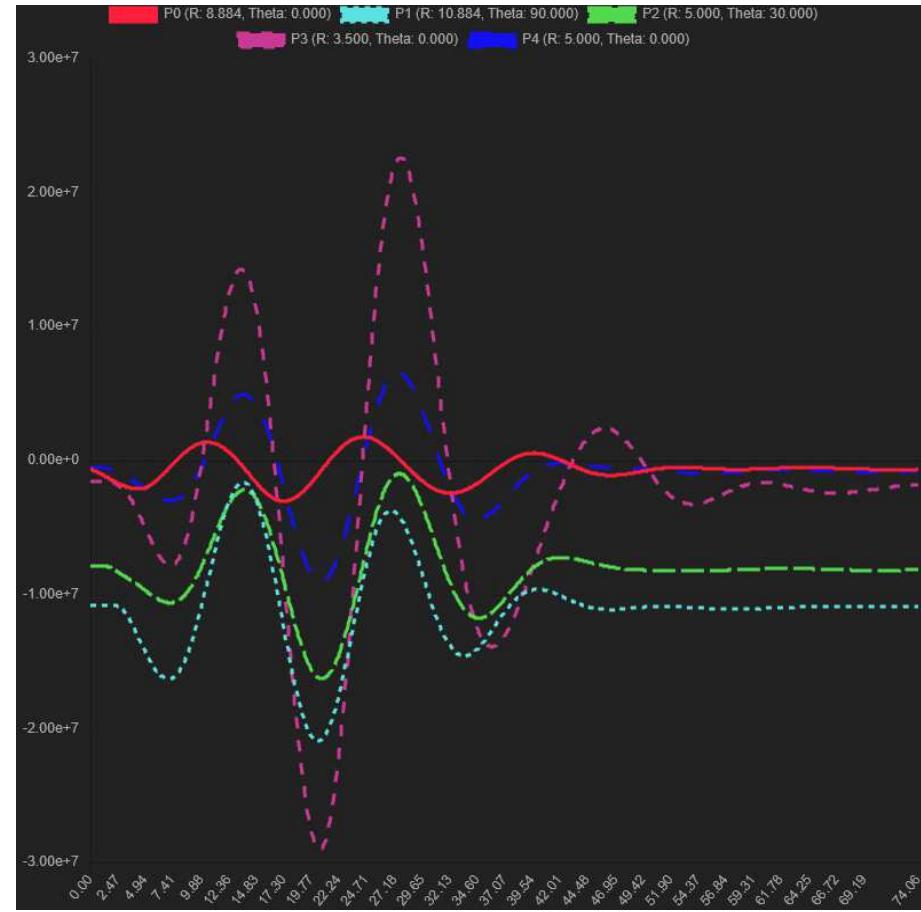


Рисунок 15 – Проекция  $\sigma_{22}$  (по горизонтальной оси время, мс; по вертикальной оси напряжение, Па)