

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Санкт-Петербургский горный университет



*На правах рукописи*

**Чан Тхань Шон**

**СОЗДАНИЕ ОПОРНОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ  
ПРИ ИЗЫСКАНИЯХ И СТРОИТЕЛЬСТВЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
СПУТНИКОВОЙ ТЕХНОЛОГИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
ТОПОЦЕНТРИЧЕСКИХ КООРДИНАТ**

Специальность: 25.00.32 – Геодезия

**ДИССЕРТАЦИЯ**  
**на соискание ученой степени**  
**кандидата технических наук**

Научный руководитель  
доктор технических наук  
**Мустафин Мурат Газизович**

Санкт-Петербург – 2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1 СОСТОЯНИЕ ИЗУЧЕННОСТИ ВОПРОСА О СПОСОБАХ СОЗДАНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ОСНОВЫ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ.....	10
1.1 Классификация геодезических сетей .....	10
1.2 Классификация картографических проекций .....	12
1.3 Методы создания опорной геодезической сети.....	24
1.4 Технология спутникового позиционирования.....	31
1.5 Анализ разработок по созданию опорных геодезических сетей.....	37
1.6 Краткое описание существующих геодезических сетей на территории Вьетнама.....	43
1.7 Выводы по первой главе.....	50
ГЛАВА 2 ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ПЕРЕВОДА И ТОЧНОСТИ КООРДИНАТ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ОСНОВЫ НА ТОПОЦЕНТРИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ .....	52
2.1 Топоцентрическая горизонтальная система координат.....	52
2.2 Методика преобразования координат из геоцентрической системы на плоскую топоцентрическую систему.....	56
2.3 Определение размеров локальной топоцентрической поверхности, отвечающих точности решаемой задаче.....	61
2.4 Уравнивание геодезической сети в топоцентрической системе координат .....	72
2.5 Использование топоцентрических координат как альтернативы проекции Гаусса-Крюгера в строительстве.....	79
2.6 Выводы по второй главе.....	83
ГЛАВА 3 ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НОРМАЛЬНЫХ ВЫСОТ ПО ДАННЫМ СПУТНИКОВЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ ПРИ СОЗДАНИИ ОПОРНОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ ДЛЯ ИЗЫСКАНИЙ И СТРОИТЕЛЬСТВА .....	85

3.1 Построение локальной поверхности квазигеоида методом ГНСС-нивелирования.....	86
3.2 Построение локальной поверхности квазигеоида по данным глобальной модели EGM2008 для территории Вьетнама.....	90
3.3 Определение нормальных высот по данным спутниковых определений с учётом уклонений отвесной линии .....	107
3.4 Передача отметок на монтажные горизонты с применением спутниковой технологии измерений.....	115
3.5 Выводы по третьей главе .....	131
<b>ГЛАВА 4 ПРИМЕНЕНИЕ РАЗРАБОТАННОЙ МЕТОДИКИ ПОСТРОЕНИЯ ОПОРНОЙ СЕТИ НА ОБЪЕКТАХ ВЬЕТНАМА .....</b>	<b>133</b>
4.1 Создание опорной геодезической сети для нефтеперерабатывающего завода Зунг-куат .....	134
4.2 Создание опорной геодезической сети при строительстве цементного завода Тхай-нгуен .....	139
4.3 Обработка высотной основы с учётом уклонений отвесной линии .	145
4.4 Выводы по четвертой главе .....	148
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>149</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>	<b>151</b>

## ВВЕДЕНИЕ

### **Актуальность темы диссертационной работы**

Создание геодезической основы – одна из главных задач при изысканиях и строительстве, определяющая качество выполняемых инженерных работ. Сегодня глобальные навигационные спутниковые системы (далее ГНСС) широко применяются для создания геодезических сетей различного назначения, обеспечивая повышение точности измерений. Их применение удобно при выполнении инженерных задач, но связано с переводом координат из геоцентрической системы на некую плоскую проекцию, так как практическое делопроизводство связано с плоскими системами прямоугольных координат. Традиционный подход создания геодезической основы в России связан с использованием плоских прямоугольных координат, определяемых в проекции Гаусса-Крюгера. При этом геодезические работы для строительства в основном адаптированы на использование плоской проекции. Налаженный алгоритм перевода координат пунктов государственной геодезической сети (ГГС) в проекцию Гаусса-Крюгера обеспечивает создание геодезической основы для строительства. Однако возможность существенного повышения точности координат специальных геодезических сетей на основе применения ГНСС-технологии и автоматизированного выбора оптимальной плоской проекции координат делают весьма перспективным рассмотрение вопроса об использовании проекций, альтернативных проекции Гаусса-Крюгера. К тому же, известно, что точность перевода геоцентрических координат в систему плоских зональных координат существенно уменьшается с удалением от осевого меридиана зоны.

Анализ исследования показывает, что сегодня становятся востребованными исследования по развитию методов построения 2D поверхностей на основе данных ГНСС измерений. Особенно такой подход эффективен для стран, где недостаточно развита или отсутствует государственная геодезическая сеть. Во Вьетнаме остро стоит вопрос как о развитии (сгущении) ГГС для обеспечения строительства городов и поселков,

так и какую плоскую систему координат использовать. Тема построения различных плоских проекций на основе данных спутниковых технологий отражается во многих научных публикациях.

В диссертации предлагается использовать данные спутниковых определений для вычисления плановых координат для топоцентрической поверхности. Преимущества можно получить в определенных зонах и условиях, а возможность сравнения при переводе координат в проекцию Гаусса-Крюгера покажет эффективность способа и позволит контролировать конечные результаты. В работе приведено обоснование методики использования топоцентрических координат для разных геодезических задач при изыскании и строительстве. В частности, для построения опорной сети на объектах строительства во Вьетнаме, при передаче отметок на монтажные горизонты высотных сооружений, что представляет собой актуальные геодезические задачи.

#### **Цель исследования**

Повышение точности и оперативности геодезических работ в строительстве за счет использования спутниковой технологии позиционирования и преобразования координат на топоцентрическую поверхность.

#### **Идея работы**

Состоит в возможности создания геодезической основы для строительства в проекции геоцентрических координат на топоцентрическую плоскость, определением нормальных высот на основе построения локальной модели поверхности квазигеоида с оценкой точности основных разбивочных работ.

#### **Основные задачи исследования:**

1. Анализ состояния вопроса о создании опорных геодезических сетей для изысканий и строительства с применением технологии спутниковых определений.

2. Исследование точности определения плоских координат геодезической основы в топоцентрической проекции.
3. Разработка методики использования топоцентрических координат при создании опорной геодезической сети для изысканий и строительства.
4. Проверка разработанной методики построения опорной сети на объектах Вьетнама.

#### **Методология и методы исследования**

Используется современная геодезическая приборная база и компьютерные технологии. Разрабатывается алгоритм и моделируется плоская проекция в топографических координатах. Проводится анализ отклонений смоделированной поверхности с криволинейной поверхностью в геоцентрических координатах, которые сравниваются с известными картографическими поверхностями. При этом используются методы и способы теории математической обработки геодезических измерений, в том числе с применением метода наименьших квадратов, математической статистики и моделирования геодезических сетей, а также методы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве.

#### **Научная новизна** исследования заключается в следующем:

– зависимости отклонений топоцентрических координат от геоцентрических и сравнение их с зональными координатами в проекции Гаусса-Крюгера;

– методика ориентирования топоцентрической поверхности по нормали к отвесной линии с оценкой искажений координатного положения точек в зависимости от расстояния до точки касания поверхностей;

– методика передачи отметок на монтажные горизонты с использованием локальной топоцентрической плоскости.

#### **Защищаемые научные положения:**

1. При изысканиях и строительстве геодезические сети, как правило, создают с использованием спутниковой технологии, при этом опорную сеть следует проецировать на топоцентрическую плоскость, что дает преимущество

по точности и в плане, и по отметкам относительно проекции Гаусса-Крюгера, величина которого зависит от расположения участка строительства относительно осевого меридиана зоны.

2. Ориентирование топоцентрической плоскости целесообразно выполнять по нормали к отвесной линии, определение которой с требуемой точностью можно вычислять с учетом аномалий высот и вращением эллипсоида.

3. Использование топоцентрических координат позволяет уменьшить погрешности проецирования длин линий геодезических сетей на участках до 20 км более чем двукратно относительно проекции Гаусса-Крюгера.

### **Практическая значимость работы:**

Предложен актуальный подход к формированию геодезической основы при изысканиях и строительстве, заключающийся в применении локальной плоской поверхности с топоцентрическими координатами. Опорная геодезическая сеть, созданная в топоцентрических координатах, имеет минимальные искажения относительно геоцентрических координат, в которых сегодня выполняются львиная доля геодезических работ. Разработана инженерная методика построения опорных геодезических сетей. Практически важным является то обстоятельство, что применение топоцентрических координат и разработанного алгоритма автоматизации расчета, позволяют при проектировании и строительстве различных объектов ориентировать локальную плоскую поверхность нормально отвесной линии и делать перевычисления относительно других картографических проекций. Результаты и выводы диссертации могут быть использованы в учебных программах для студентов геодезических направлений, научных и проектных организациях геодезического профиля. В Санкт-Петербурге результаты исследований будут использованы в ООО «БЕНТА», ООО «Экоскан» и др. Широкое применение планируется во Вьетнаме в проектных и геодезических организациях при строительстве разных объектов.

**Теоретическая значимость работы:**

Выполнено обобщение существующих разработок в области перевода координат из одной системы в другую, применительно к формированию плоской поверхности в топоцентрических координатах. Продемонстрирован в численном виде автоматизированный алгоритм построения плоскости в топоцентрической системе координат. Получены зависимости отклонений локальной плоскости от эллипсоидальной поверхности, а также от традиционных картографических поверхностей.

**Степень достоверности и апробация результатов**

Результаты диссертационной работы получены на сертифицированном оборудовании и приборной базе. При исследованиях использован значительный объем фактических данных об измерениях, в том числе по спутниковой технологии. Результаты исследований согласуются с выводами, полученными разными исследователями, независимо от разработок автора. Основное содержание диссертации докладывалось, обсуждалось и получило одобрение на 8 научных конференциях студентов, аспирантов и молодых ученых Горного университета в 2017, 2018 и 2019 гг.

**Публикации:**

По материалам исследований по теме диссертации опубликованы 5 статей в журналах, рекомендованных ВАК РФ, из которых 2 в изданиях, индексируемых международной базой данных SCOPUS.

**Объем и структура работы**

В главе 1 диссертации приведено обоснование актуальности работы. Сформулированы цель и задачи исследований.

В главе 2 приведена разработка методики перевода координат из геоцентрической системы на топоцентрическую плоскость по данным ГНСС-измерений. Определены особенности ориентирования топоцентрической поверхности с учетом отклонений отвесной линии.



В главе 3 разработана методика применения топоцентрической поверхности при инженерно-геодезических изысканиях и строительстве. Рассмотрены практические приложения.

В главе 4 на объектах Вьетнама приведено описание практического применения разработанной методики использования топоцентрических координат.

Диссертация включает заключение и список литературы.

Объем настоящей работы равен 161 страницем, включает введение, четыре главы с подразделами, содержит 42 таблицы и 60 рисунков и выводы по каждой главе. Список использованных литературных источников содержит 108 наименований.

### **Благодарности**

Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю д.т.н. Мурату Газизовичу Мустафину за ценные советы при работе над диссертацией. Кроме того, благодарю коллектив кафедры инженерной геодезии Санкт-Петербургского горного университета за внимание, помощь и поддержку, оказанные при подготовке диссертации.

# ГЛАВА 1 СОСТОЯНИЕ ИЗУЧЕННОСТИ ВОПРОСА О СПОСОБАХ СОЗДАНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ОСНОВЫ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

## 1.1 Классификация геодезических сетей

По ГОСТ Р 55024-2012 [16] сети (геодезические) разделяют:

- на глобальные, межгосударственные, национальные (в границах страны) и локальные (местные) относительно их размеров;
- на государственного и специального назначения (функциональный признак);
- на пространственные, плановые, высотные, планово-высотные (определяют вид информации);
- на опорные, сгущения, съемочные и разбивочные (по применению);
- на высокоточные, точные и технические (по признаку точности);
- на спутниковые, радиоинтерферометрические, триангуляционные, полигонометрические, трилатерационные, геодезические засечки (по технологии построения).

Свод правил инженерные изыскания для строительства. Основные положения (СП 47.13330.2012. ОКС 91.040.01. Дата введения 2013-07-01) определяет состав инженерно-геодезических изысканий, в который первоочередно входит создание опорных геодезических сетей (ОГС).

Относительно площади или протяженности, а также вида объекта строительства опорная геодезическая сеть может состоять из следующих пунктов:

- КСГС - каркасная спутниковая геодезическая сеть;
- референцных постоянно действующих спутниковых станций;
- СГСС - спутниковых геодезических сетей сгущения;
- ГГС – государственной геодезической сети триангуляции, а также полигонометрии 4 класса, 1 и 2 разрядов и равной им по точности пунктов СГСС;
- геометрического нивелирования II, III и IV классов.

В нормативных документах подчеркивается, что положение (плановое) пунктов ОГС относительно пунктов ГГС следует определять с применением спутниковых геодезических определений - СГО, методами полигонометрии, триангуляции или построения линейно-угловых сетей. При этом исходными пунктами для создания (развития) ОГС должны быть пункты высших классов, разрядов.

Как исключение допускается построение ОГС относительно пунктов таких же по классу (разряду) точности, если в районе выполнения геодезических работ отсутствуют пункты высших классов.

Точность пунктов ОГС определяется способом уравнивания. При этом вычисляются СКП взаимного положения пунктов, принадлежащих линии сети и, в качестве дополнительного условия, СКП координат пунктов сети по отношению к исходным пунктам.

Требования к точности ОГС включены в таблицу 1.

Таблица 1 – Основные технические требования к созданию ОГС и съемочных геодезических сетей

<b>Вид сети</b>	<b>СКП пунктов ОГС относительно исходных пунктов (план), мм, не более</b>	<b>СКП взаимного положения пунктов (план), мм, не более</b>	<b>СКП взаимного положения пунктов (отметки), мм, не более</b>
Каркасная сеть референцных станций ГНСС	20	15	20
Спутниковая сеть референцных станций ГНСС	20	20	25
Пункты полигонометрии, триангуляции, трилатерация 4-го класса, проверенные спутниковыми определениями	20	25	–
Пункты полигонометрии, триангуляции, трилатерация 1-го разряда, проверенные спутниковыми определениями	50	30	–

ОГС проектируется и создается с учетом ее последующего применения при строительстве, включая эксплуатацию, реконструкцию и ликвидацию зданий и сооружений. Пункты ОГС при инженерных изысканиях распределяются таким образом, чтобы на один квадратный километр на застроенных территориях было не менее четырех пунктов или один пункт на один квадратный километр на незастроенных территориях.

## 1.2 Классификация картографических проекций

Картографическая проекция (КП) – это в понимании и перефразировании официального определения есть отображение определенным математическим способом поверхности земного эллипсоида или вспомогательного эллипсоида на плоскость. При построении КП неизбежны отклонения или ошибки отображения. КП частично испытывает либо сжатие или растяжение, т.е. изменение масштаба.

КП преимущественно разделяют по следующим признакам: стабильности углов (равноугольные КП) и площадей (равновеликие), а также виду и направленности параллелей и меридианов (азимутальные, конические, цилиндрические и др.).

*Равноугольные и равновеликие* КП показаны на рисунке 1.1. Существуют также и произвольные проекции, не являющимися равновеликими или равноугольными и применяются для случаев построения изображений в удобной форме.

*Азимутальные КП* (см. рисунок 1.1) – ими как правило отображают полярные области. Меридианы представлены прямыми линиями, исходящими северного или южного полюса. Параллели - это концентрические окружности на поверхности, центры которых принадлежат оси, соединяющей южный и северный полюса.

*Конические КП* - это отображение поверхности эллипсоида на коническую поверхность. Последняя в свою очередь переформируется (разворачивается) в плоскость. Азимутальные и конические КП могут быть поперечными (ориентированы на 90 градусов) и косыми (наклонными).

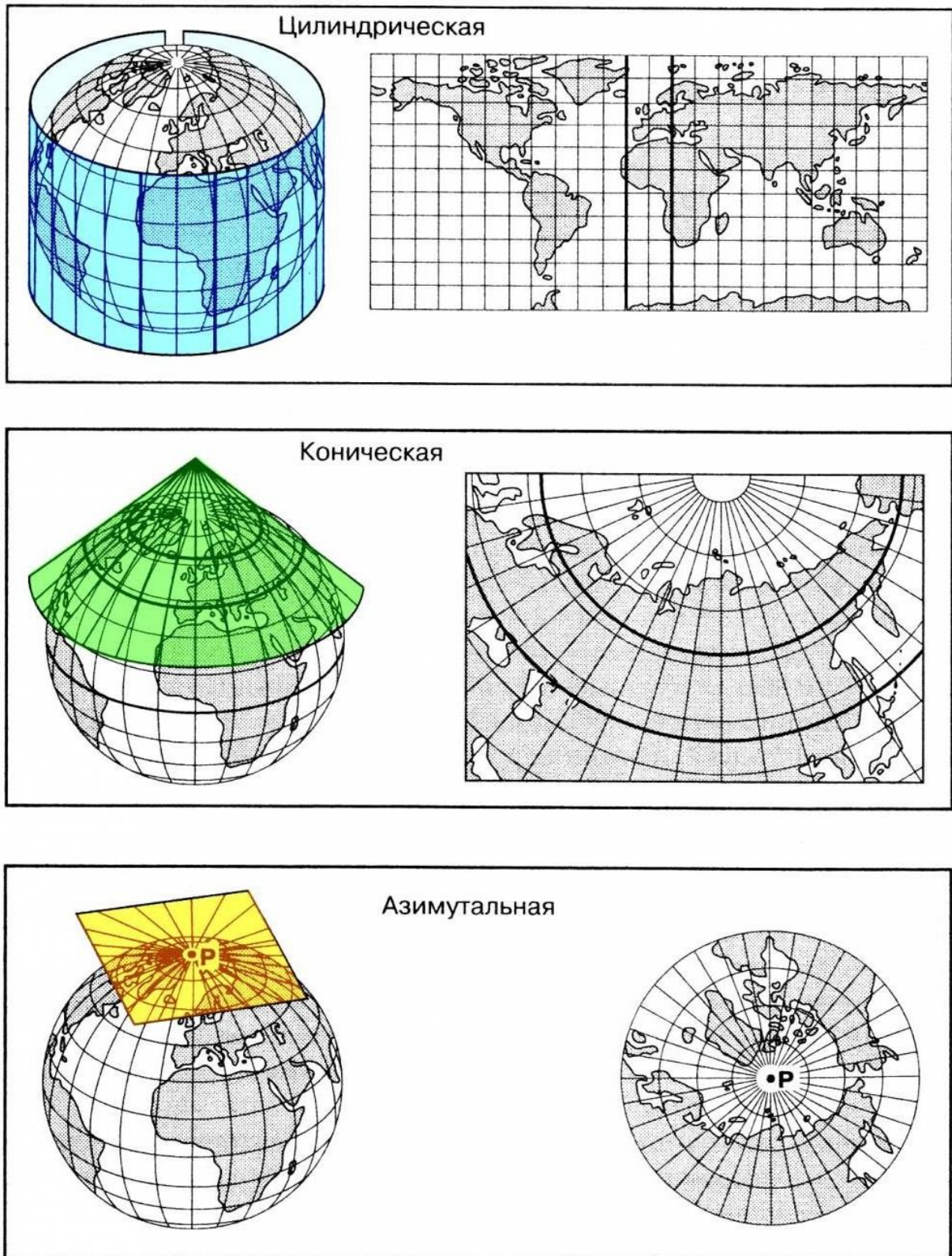


Рисунок 1.1 – Некоторые виды картографических проекций

Известны цилиндрические КП, среди которых наиболее распространенными являются КП Меркатора, Ламберта и Гаусса (1777 – 1855 гг.).

## Равноугольная поперечно-цилиндрическая проекция Гаусса-Крюгера

Разработана и представлена общественности К. Гауссом в 1825 году. Спустя почти век Л.И. Крюгером (1857 – 1923) математически дано описание алгоритма этой проекции. Впоследствии проекцию стали называть «Проекция Гаусса – Крюгера».

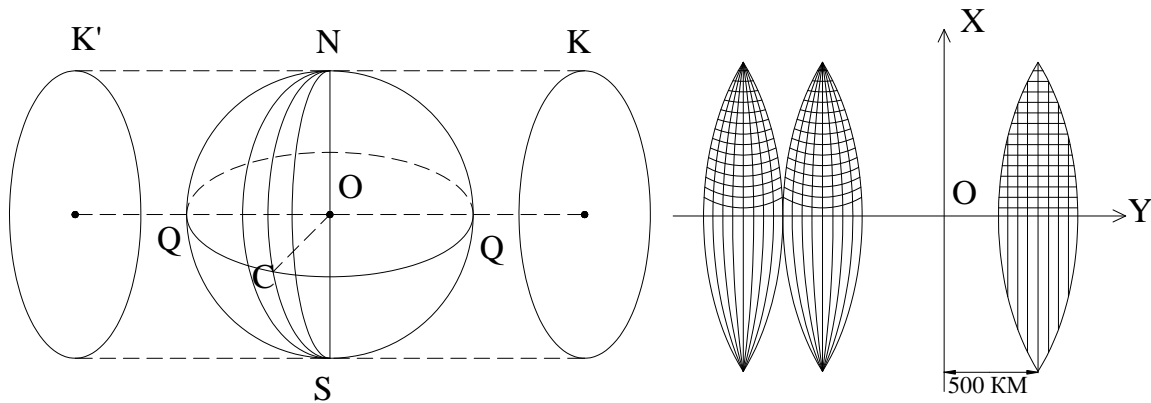


Рисунок 1.2 – Схемы КП Гаусса-Крюгера

КП Гаусса-Крюгера есть отображение поверхности земного эллипсоида на цилиндре. Доли поверхности сферы, как бы вырезанные по меридиану и распространяющиеся по долготе на  $3^\circ$  в обе стороны от этого меридиана (осевого, см. рисунок 1.2), располагают на цилиндре. При этом образуется так называемая  $6^\circ$  зона. Как видно из рисунка, линия экватора в проекции представляет собой прямую линию, перпендикулярную осевому меридиану. Направления в данной КП передаются, практически, без искажений, как и координаты, принадлежащие осевому меридиану и экватору.

### КП Меркатора (UTM)

Универсальная поперечная проекция Меркатора (UTM – Universal Transverse Mercator) доработана инженерными войсками США (United States Army Corps of Engineers) в 1940-х годах. Основой для построения карт в проекции UTM в первое время использовался эллипсоид International 1924 – сетка UTM (International). Сегодня в основе построений – эллипсоид WGS84. Нумерация зон ведется с запада на восток и начинается с меридиана  $180^\circ$ .

При преобразовании прямоугольных координат  $(X_{Гauss}, Y_{Гauss})$  в проекции Гаусса-Крюгера в прямоугольные координаты  $(X_{UTM}, Y_{UTM})$  проекции Меркатора необходимо учитывать масштабный коэффициент  $k_0=0,9996$ :

$$X_{UTM} = k_0 \cdot X_{Гauss} \text{ или } X_{UTM} = 0,9996 \cdot X_{Гauss};$$

$$Y_{UTM} = k_0 \cdot Y_{Гauss} \text{ или } Y_{UTM} = 0,9996 \cdot Y_{Гauss}$$

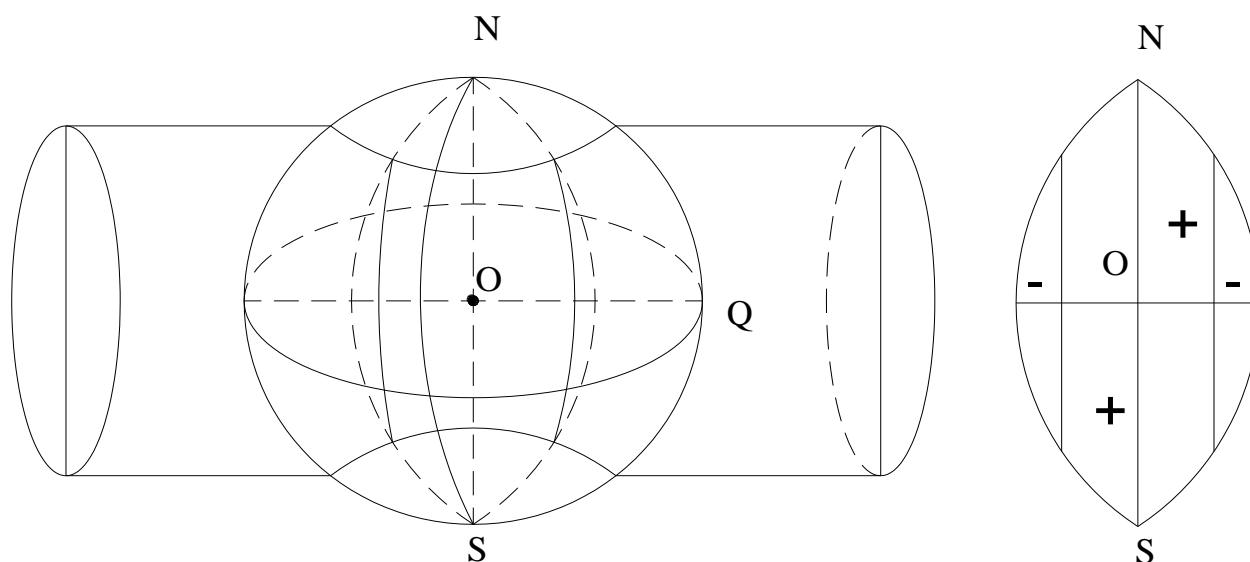


Рисунок 1.3 – Проекция UTM

Основное различие между проекциями Гаусса-Крюгера и UTM - это значение коэффициента деформации на осевом меридиане зоны. В проекции Гаусса-Крюгера указанный коэффициент равен  $m_0 = 1$ . Значение масштабного коэффициента в проекциях UTM:  $k_0 = 0,9996$  верно только для осевого меридиана зоны. В других точках зоны коэффициент принимает отличные значения.

### Кратко о геодезических системах координат

– *Геодезические прямоугольные системы координат.* Исходная точка  $O$  координат находится в центре масс Земли. Ось  $Z$  направлена по оси вращения Земли. Ось  $X$  совмещена с линией пересечения плоскостей экватора и начального (Гринвичского) меридиана, а ось  $Y$  дополняет систему до правой. Систему координат называют геоцентрической или общеземной [20, 21, 61].

– *Геодезическая эллипсоидальная система координат* (широта -  $B$ , долгота -  $L$ , высота -  $H$ ) определяются на Земном эллипсоиде [28, 26, 61].

– *Сферическая система координат.* Сферические координаты  $r$ ,  $\Phi$ ,  $L$  (или  $r$ ,  $\theta$ ,  $L$ ).  $r$  – полярный радиус-вектор;  $\Phi$  – геоцентрическая широта;  $\theta$  – полярное расстояние, являющееся дополнением широты до  $90^\circ$ ;  $L$  – долгота [20, 21, 61].

– *Топоцентрические системы координат.* Начало системы может быть в любой точке  $P$ , принадлежащей поверхности Земли (рисунок 1.4).

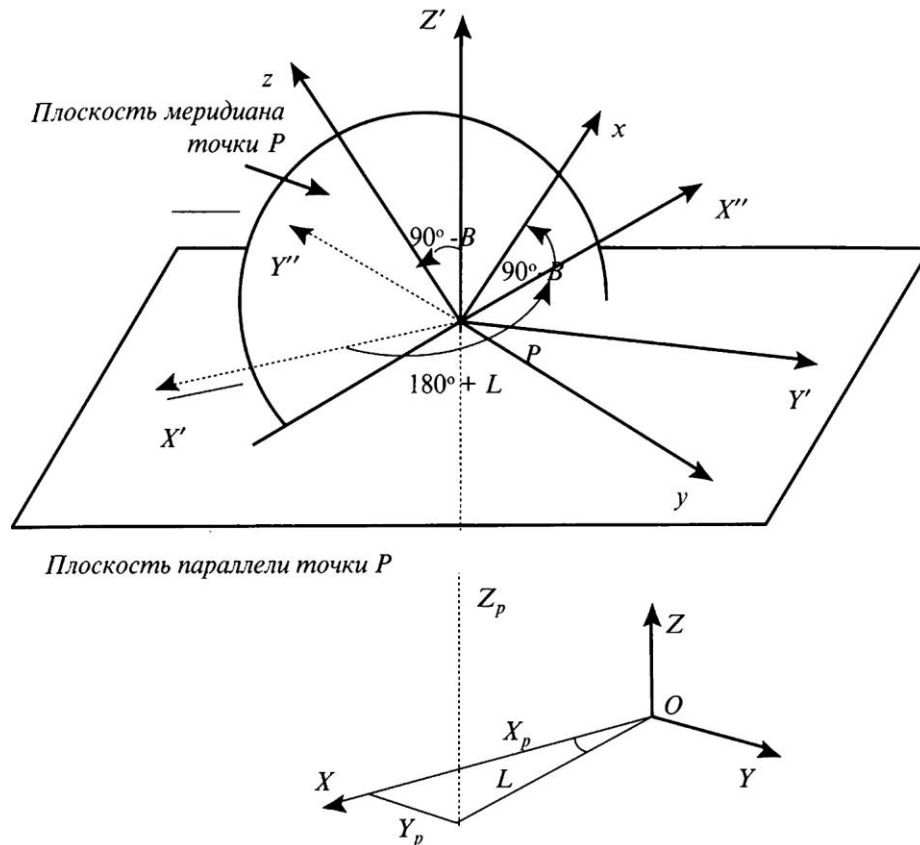


Рисунок 1.4 – К топоцентрической системе координат

$P(X'Y'Z')$  - Гринвичская экваториальная,

$P(x, y, z)$  - горизонтная геодезическая

Топоцентрическая система координат  $P(x', y', z')$ , оси которой параллельны осям общеземной прямоугольной системы  $X, Y, Z$ , называется Гринвичской экваториальной. В этой системе координаты любой точки в топоцентрической системе определяются приращениями  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  общеземных координат относительно точки  $P$ . В горизонтальной топоцентрической системе  $P(x, y, z)$ , ось  $z$  совмещают с отвесной линией или нормалью к эллипсоиду, а оси  $x$  и  $y$  принадлежат горизонтальной плоскости. При этом ось  $x$ : лежит в плоскости



астрономического или геодезического меридиана и направлена на север, а ось  $y$  - на восток [28, 26, 61].

В топоцентрической системе координат применяется трехмерная система  $x, y, z$ , где плановые ( $x, y$ ) принадлежат плоской ортогональной поверхности, имеющей точку касания с Земным эллипсоидом и которая является центром координат топоцентрической системы, где высота соответствует  $z$ . Следует заметить, что помимо ортогональных (рисунок 1.5) существуют и азимутальные наклонные проекции (рисунок 1.6).

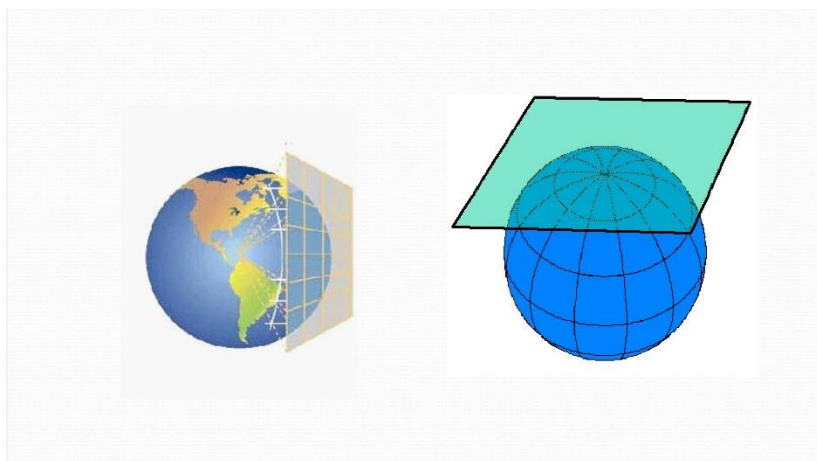


Рисунок 1.5 – Азимутальная наклонная проекция

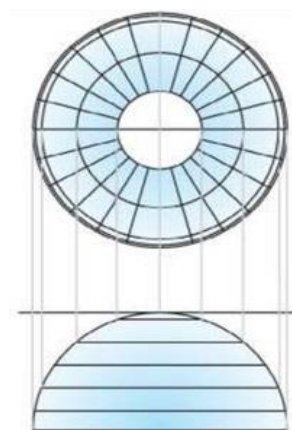


Рисунок 1.6 – Ортографическая проекция

В условиях развития компьютерных технологий в практических целях представляется перспективным использование топоцентрических поверхностей в качестве геодезической основы в строительстве. В этом случае необходимо определять пределы области ее применения на земной поверхности (т.е. определять радиус  $R$ ), где искажения относительно эллипсоида в азимутальной (ортогональной) проекции будут приемлемыми (удовлетворять заданной точности). Например, топоцентрическая система координат может использоваться при крупномасштабном картировании, при проектировании и строительстве, а также при деформационном мониторинге и т.д. В следующих разделах будут рассмотрены теоретическая основа, алгоритмы и пределы использования топоцентрической системы.

## **Анализ влияния кривизны Земли на результаты измерений расстояний и высот**

В геодезических работах (как и во многих областях геодезии-картографии) необходимо использовать координаты  $(x, y)$ , определенные в плоской местной координатной системе. Например, при строительстве, когда применяют плоские координаты, не соответствующие реальной кривизне поверхности Земли. При этом необходимо обеспечение требований соразмерности искажений в соответствии с условиями решаемой задачи.

Сегодня вполне обыкновенным является определение координат точек с использованием ГНСС технологии. При этом мы получаем их в пространственной прямоугольной геоцентрической системе координат. После соответствующей обработки они могут быть переведены в плоскую систему координат на проекцию UTM (или Гаусса-Крюгера). Здесь следует сделать пояснения, касающиеся целесообразности такого подхода.

Перевод геоцентрических координат в систему Гаусса-Крюгера на протяжении многих лет является эффективным и понятным способом. В то же время при развитости компьютерных технологий и применения ГНСС-технологий этот способ можно сравнивать с другими и выбирать альтернативные решения в оперативном порядке. Немаловажным является тот факт, что проекция Гаусса-Крюгера зональная. Искажения в плановых координатах существенно проявляются уже на расстоянии 20 км от осевого меридиана, а отметки еще меньших расстояниях. В то время как границы зоны расположены от осевого меридиана на расстоянии около 300 км. Использование автоматизированных алгоритмов перевода координат из одной системы в другую и локальной топоцентрической прямоугольной горизонтальной системы координат при создании опорных сетей для изысканий и строительства представляется весьма эффективным и простым. Кроме того, на основе ГНСС -технологии такой подход позволяет контролировать точность координирования и ее сопоставление с требованием технической задачи.

Координаты точек, полученные по ГНСС-технологии (геоцентрические координаты), весьма удобно переводить на локальную топоцентрическую поверхность и использовать их при строительстве. В этом случае точка  $O(x, y, z)$  - начало системы координат, находится на земной поверхности. Эта точка как правило должна принадлежать центральной зоне опорной геодезической сети. Высота  $H_0$  - это высота референтной поверхности, наиболее подходящей для проектирования строительных работ. Преимущество такого подхода состоит в том, что он позволяет преобразовать геоцентрические координаты на локальную горизонтальную поверхность с минимальными плановыми искажениями, а вычисление высот возможно проводить обособлено и также с контролем точности. Таким образом, разработка такой методики позволит повысить точность при выполнении геодезических работ при изыскании и строительстве.

Методика преобразования координат точек, полученных по ГНСС-технологии измерений, в местную систему координат основывается на следующих принципах:

Длина линии, измеренная на земле, должна учитывать две поправки [27, 43, 42, 61].

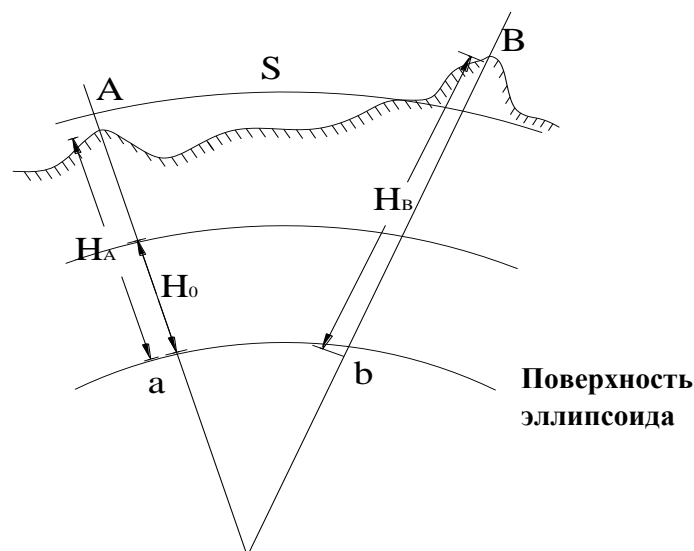


Рисунок 1.7 – Схемы проекций линии на поверхность эллипсоида

1 – Поправку за отнесение базисной линии на поверхность относимости  $\Delta S_H$ , которая вычисляется по формуле (см. рисунок 1.7):

$$\Delta S_H = -\frac{H_m - H_0}{R_m} S, \quad (1.1)$$

где:  $S$  – длина измеренной линии;  $H_m$  – средняя высота измеренной линии;  $H_0$  – высота поверхности на референц-эллипсоиде;  $R_m$  – средний радиус кривизны земного эллипсоида ( $R_m = 6370$  км).

2 – Поправку к длине линии на проекционной поверхности в проекции UTM (или Гаусса-Крюгера, см. рисунок 1.8) и вычисляется по формуле:

$$\Delta S_G = (m_0 - 1 + \frac{y_m^2}{2R_m^2}) S', \quad (1.2)$$

где:  $S' = ab$  – длина линии на эллипсоиде;  $m_0$  – коэффициент искажения длины линии от осевого меридиана;  $y_m = \left( \frac{y_d + y_c}{2} \right)$  – среднее значение начальной и конечной абсцисс точки линии  $S$ ;  $m_0$  – масштабный коэффициент деформации длины линии на осевом меридиане. Для проекции Гаусса-Крюгера  $m_0 = 1$ , а для проекции UTM  $m_0 = 0.9996$  (при  $6^\circ$  зоне) или  $m_0 = 0.9999$  (при  $3^\circ$ ).

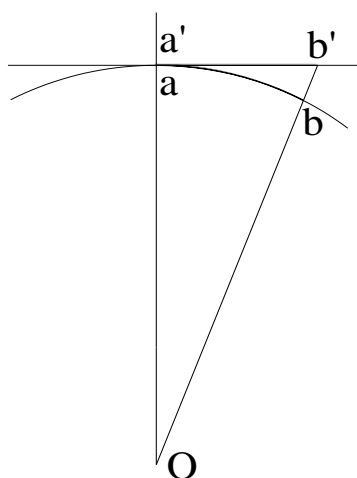


Рисунок 1.8 – Схема соотнесения линии к криволинейной плоскости

Тогда длину линии можно рассчитать из выражения:

$$S' = S + \Delta S_H + \Delta S_G, \quad (1.3)$$

где  $S'$  – длина линии, используемая для уравнивания;  $S$  – длина линии, измеренная непосредственно прибором (тахеометром).

Таким образом, длина линии, используемая для уравнивания, будет отличаться от длины линии, измеренной непосредственно на земле на величину двух поправок:  $\Delta S_H$  и  $\Delta S_G$ .

При условии:

$$H_m - H_0 \approx 0 \Rightarrow H_0 \approx H_m \quad (1.4)$$

расчет упрощается, так как принимается, что высота проекции плановой координаты приблизительно равна средней высоте строительной площадки.

Точность спутниковых определений не превышает единиц миллиметров при создании инженерно-геодезических сетей. В этой связи искажение длин линий при приведении их к поверхности относимости не будет превышать 1/200 000 (что соответствует точности тахеометра), и тогда справедливо соотношение:

$$\frac{\Delta S_H}{S} \leq \frac{1}{200.000}. \quad (1.5)$$

Откуда можно определить допустимые отклонения от поверхности относимости, которые не должны быть больше:

$$H_m - H_0 = \frac{\Delta S_H}{S} R_m \leq \pm 6370000 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = \pm 32 \text{ м}, \quad (1.6)$$

т. е. при разности длин линий меньше 32 м поправкой  $\Delta S_H$  можно пренебречь.

Для строительных работ в горных районах, таких как возведение гидроэлектростанций, дорожных путей, туннелей и т.п., высота строительной площадки над уровнем моря весьма велика, поэтому вследствие существенного искажения длины линии наземных измерений снижается точность разбивочных работ. В этой связи для обеспечения точности при разбивочных работах необходимо выполнить преобразование координат точек опорной сетки в локальную систему координат с усредненной высотой площадки строительства.

Для того, чтобы знать влияние поправки 2 (формула 1.2), введем следующее условие:

$$m_0 - 1 + \frac{y_m^2}{2R_m^2} \approx 0. \quad (1.7)$$

Тогда:  $y_m \approx \pm R_m \sqrt{2(1 - m_0)}$ . При проекции UTM  $m_0 = 0.9996$  (6° зона),  $y_m \approx \pm 180$  км или  $m_0 = 0.9999$  (3°),  $y_m \approx \pm 90$  км, а при проекции Гаусса-Крюгера  $m_0 = 1$ ,  $y_m \approx \pm 0$  км.

Таким образом, при проектировании и выполнении строительных работ необходимо обратить особое внимание на то, имеет ли площадка строительства  $m_0 = 1$ , то есть условная проверка:

$$|Y_m - 500| \leq \pm 20 \text{ км} . \quad (1.8)$$

При использовании системы VN-2000  $m_0 = 0.9999$  (UTM 3° зона),  $|y_m - 500 \text{ км}| \leq 90 \text{ км} \pm 20$  или  $m_0 = 0.9996$  (UTM 6° зона),  $|y_m - 500 \text{ км}| \leq 180 \text{ км} \pm 20 \text{ км}$ .

В итоге, принцип выбора поверхности референц-эллипсоида и площади проекции опорной геодезической сети при строительстве заключается в минимизации поправок  $\Delta S_H$  и  $\Delta S_G$ .

Влияние величин поправок на изменение координат можно видеть в таблице 1.2 (для длины линии 1 км).

Таблица 1.2 – Поправки при переводе длины линии с поверхности эллипсоида на разные проекции

Поправки для высот (мм)		Поправки на проекции UTM (зона 6°, мм)		Поправки на проекции UTM (зона 3°, мм)		Поправки на проекции Гаусса-Крюгера (мм)	
$H_m(\text{м})$	$\Delta S_H$	$y_m(\text{км})$	$\Delta S_G$	$y_m(\text{км})$	$\Delta S_G$	$y_m(\text{км})$	$\Delta S_G$
0	0	0	-400	0	-100	0	0
50	-7.85	100	-276.82	50	-69.2	50	30.8
100	-15.7	150	-122.84	90	-0.22	75	69.29
150	-23.54	180	-0.88	110	49.05	100	123.18
200	-31.39	200	92.74	120	77.39	120	177.4
637	-99.98	220	196.21	130	108.18	150	277.16

Из таблицы 1.2, следует, что:

- чем больше средняя высота линии измерения, тем больше поправки, и наоборот. На высоте референц-поверхности эта поправка равна 0;

- в проекции Гаусса-Крюгера, чем дальше линия от осевого меридиана, тем больше величина поправки, и наоборот. На осевом меридиане эта поправка равна 0;

- в проекции UTM есть две позиции, в которых поправки равны нулю: это расстояния от осевого меридиана, равные 180 км (при 6° зоне) и 90 км (3°).

### *Обработка измерений*

Как правило, вычисление значений измерений в геодезической сети производится по номерам коррекции при проекции с поверхности эллипсоида на поверхность плановых (горизонтальных) координат. В некоторых документах [20, 21, 43, 42, 58] указано, что:

– чем выше средняя высота измерительной линии, тем больше номер коррекции, и наоборот. На высоте опорной поверхности это поправка «0»;

– в проекции Гаусса-Крюгера, чем дальше от меридиана, тем больше поправка, и наоборот. На оси меридиана эта коррекция равна «0».

После 2000 г. Вьетнам использует систему координат VN-2000, эллипсоидальную систему WGS-84, плоскую проекцию UTM, высотную систему Хонзау – Хайфонг. Следует отметить, что до корректировки значения государственной геодезической сети проецировались на опорную поверхность эллипсоида. Это означает, что координаты плоскости координатной сетки и последующих утолщенных полос будут также определяться на поверхности эталонного эллипсоида ( $H = 0$  м).

Координатная система при строительстве – это система координат, выбранная в соответствии с характеристиками и техническими требованиями для каждого типа строительства. Этот выбор должен гарантировать, что обработка приблизительно равна нулю, т.е. строительная сетка не будет иметь существенных искажений. Соответственно, высота проекции плоскости выбирается средней высотой здания. Осевой меридиан в выбранной проекции проходит через площадь застройки (в проекции Гаусса-Крюгера) или в пределах 90 км и 180 км (в плоской проекции UTM, соответствующей зоне проекции шириной 3° и 6°).

В принципе, возможен перевод (преобразование) между этими двумя системами координат.

### *Недостатки*

Для разработки сети надо использовать координаты точек старых сетей, которые были определены либо в государственной системе координат, либо в системе координат работ. При использовании точек государственной сети для разработки строительной сетки была отмечена необходимость преобразования точек в систему координат в соответствии с двухэтапной процедурой расчета через геодезические координаты  $B$  и  $L$ . Однако расчет высот для плоских поверхностей не был должным образом рассмотрен, хотя это число очень важно. Иногда при создании строительных сеток в качестве исходных данных используются координаты старых сетей, без дополнительных измерений и поправок. Они не соответствуют требуемым характеристикам, а созданная строительная сетка имеет более высокую точность, чем старая. Эти несоответствия могут быть устранены с помощью разработки алгоритма создания и перевода геоцентрических координат на локальную топоцентрическую поверхность. Тогда координаты точек старой сети могут быть скорректированы и не использоваться в качестве исходных данных.

Таким образом, для эффективного использования координат государственной сети в строительных работах, необходимо их корректировка и перенесение в координаты локальной системы строительства. Эти алгоритмы будут обсуждаться в следующих разделах.

## **1.3 Методы создания опорной геодезической сети**

### *Группа наземных методов измерения*

– *Триангуляция*: метод, при котором определение координат пунктов геодезической сети, представляющей собой систему треугольников, выполняют посредством измерения углов.

– *Полигонометрия (включая теодолитные ходы)*: метод измерений в геодезической сети путем измерения расстояний и углов между ее пунктами.



– *Трилатерация*: метод, при котором определение координат пунктов геодезической сети, представляющей собой систему треугольников, выполняют путем измерения всех сторон.

Электронные тахеометры (ЭТ) – мощный инструментарий, практически вобравший в себе автоматизированные линейно-угловые измерения. Кроме того, определилась тенденция в виде их универсализации и оснащения различными функциями, в том числе приемников технологии ГНСС и лазерных сканеров [28].

Каждый из указанных методов измерений при выполнении конкретных работ регламентируется соответствующими нормативно-методическими документами [10, 13, 9]. Приборы снабжены руководствами пользователя для каждой геодезической работы.

Метрологическое обеспечение геодезических измерений – это комплекс организационных, технических и нормативно-методических мероприятий, проводимых метрологической службой с целью достижения единства геодезических измерений.

Под единством геодезических измерений подразумевается, что они получены в соответствии с требованиями нормативной документации и выражены в узаконенных единицах с оценкой точности результатов измерений.

Метрологический контроль и надзор в России, так же и во Вьетнаме, осуществляет Госстандарт и метрологические службы министерств и ведомств.

### ***Методы спутниковых измерений***

ГНСС-технологии обрабатывают сигналы, полученные со спутников в глобальной системе позиционирования. Результатом является определение базовых линий (приращений *координат точек по результатам спутниковых определений*) в геоцентрической системе координат.

Точность измерения расстояний обусловлена параметрами  $a$ ,  $b$  ( $m_s = a + b \cdot D \cdot 10^{-6}$ ) и является общей для ГНСС-приемников:  $a = 5$  мм и  $b = 1 \cdot D \cdot 10^{-6}$  ( $D$  – км).

Для сравнения точности автором выполнены прикидочные расчеты измерения расстояний с помощью ЭТ ( $a = 3$  мм,  $b = 2 \cdot D \cdot 10^{-6}$ ) и по ГНСС – технологии (см. рисунок 1.9). Из рассмотрения рисунки 1.9 можно видеть, что последние имеют преимущество на больших расстояниях, а на малых расстояниях ЭТ дает лучший результат. Примерно с расстояния  $D > 2,3$  км погрешность измерения (ПИ) по данным ГНСС-технологии –  $m(\text{ГНСС})$ , больше чем погрешность ЭТ –  $m(\text{ЭТ})$ .

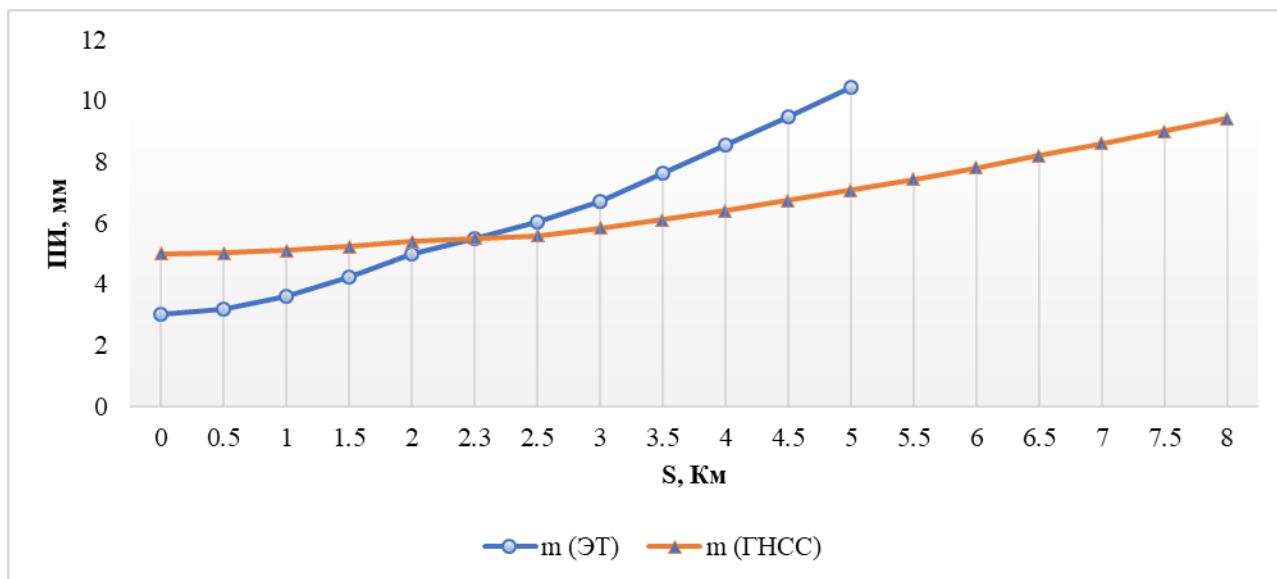


Рисунок 1.9 – Графики точности измерений расстояний с использованием ГНСС-технологии и ЭТ

### Нормы создания опорных геодезических сетей в строительстве

Основными нормативными документами, регламентирующими строительство, являются СНиП [2, 5, 6, 8, 14, 3, 4, 7].

- *Геодезическая основа (опорные геодезические сети) в строительстве*

Создание опорных геодезических сетей (ОГС) для строительства в городах связано с использованием пунктов ГГС. ОГС может создаваться методом триангуляции, покрывая территорию города треугольной сеткой. Протяженность треугольной сети обычно в 1,5-2 раза больше, чем длина линия ГГС (рисунок 1.10).

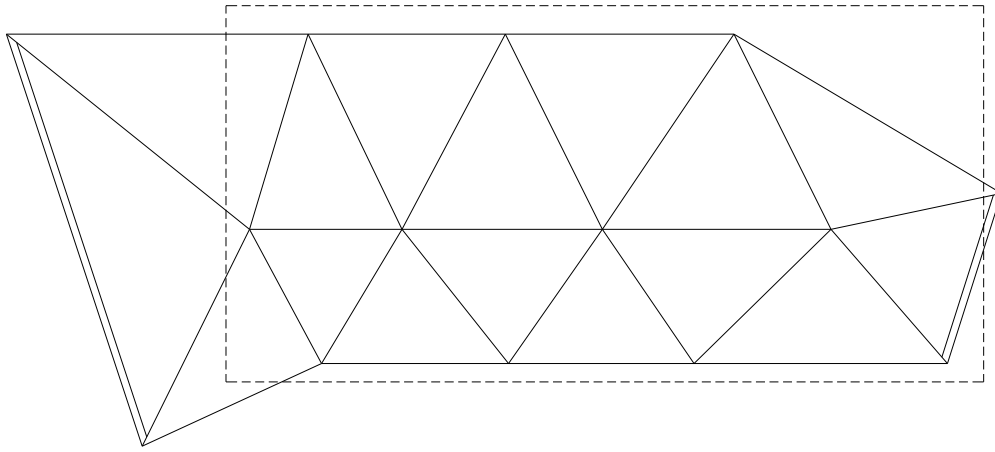


Рисунок 1.10 – Треугольная сеть ОГС

- *ОГС для геодезической разбивочной основы (ГРО) при строительстве промышленных объектов*

Создание ГРО является завершающим подготовительным этапом геодезических работ перед строительством. Контуры и размеры сооружения, а также характер местности (ландшафт) как бы формируют вид сети (расположение, размеры и вид треугольников), которая должна соответствовать определенной точности для удовлетворения требований проекта. В конечном итоге ГРО определяет геодезическое обеспечение строительных работ.

В случае строительства крупного объекта разбивочную сеть проектируют на генплане, а затем, в виде сетки, переносят на местность. При этом стороны системы квадратов и прямоугольников проектируют кратными 100 или 250 м и они должны быть параллельны осям основных зданий.

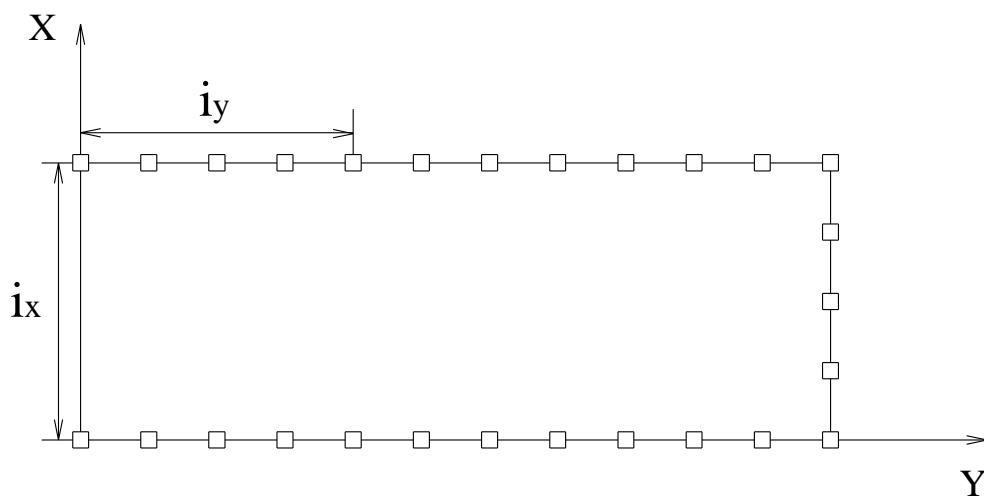


Рисунок 1.11 – Пример ГРО при строительстве крупных объектов

Направление осей координат (рисунок 1.11) выбирается параллельно главным осям, которые имеют привязку к государственной системе координат. ГРО должна иметь СКП линий менее 1: 20 000 [3].

- *ОГС и ГРО при строительстве мостов*

СНИП [11] регламентирует СКП определения координат центров опор мостов, которые должны быть не более 12 мм. При этом отмеченная погрешность измерений складывается из ошибок разбивочных работ и определения координат ОГС. В этой связи СКП координат пунктов геодезической сети не должны превышать 6 мм.

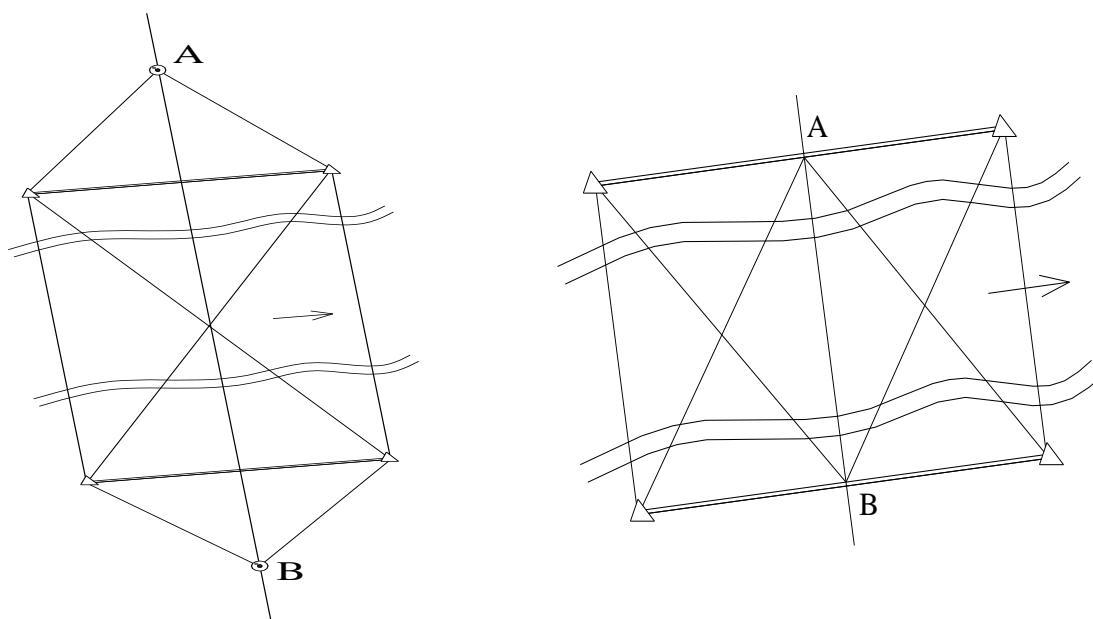


Рисунок 1.12 – Схемы ОГС при строительстве мостов

- *ОГС и ГРО при строительстве тоннеля*

ГРО для строительства тоннеля как правило создается наземными измерениями. С появлением спутниковой технологии (ГНСС-приемники), которая обеспечивает определение координаты пунктов с высокой точностью, ниша применения традиционных наземных методов весьма сократилась. При этом пункты ГРО возводят вблизи портала тоннеля. Надо заметить, что ГРО, помимо наземных строительных работ, необходимо для ориентирования геодезической основы в подземном пространстве.

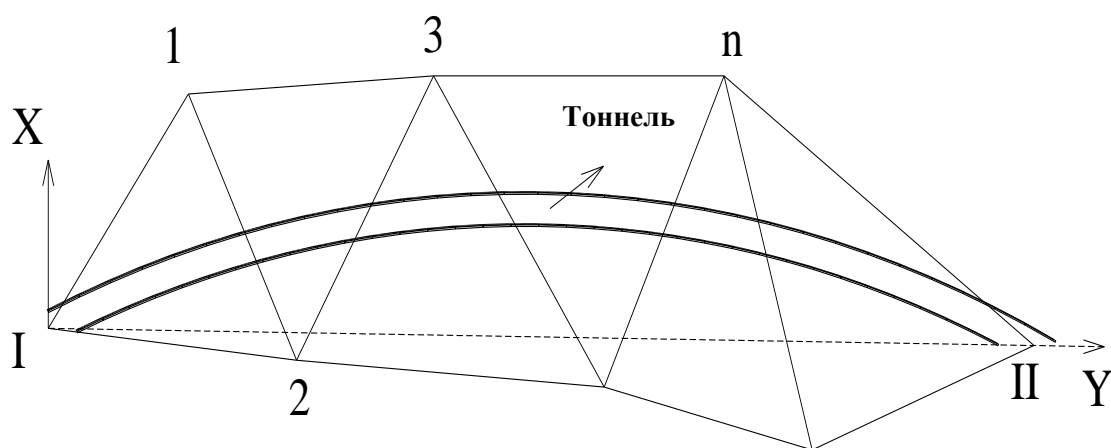


Рисунок 1.13 – Схема ОГС при строительстве тоннеля

Отметки пунктов и подземной полигонометрии и на поверхности определяют геометрическим нивелированием. В качестве исходных пунктов используют реперы государственной нивелированной сети.

- *ОГС при строительстве гидроэлектростанций*

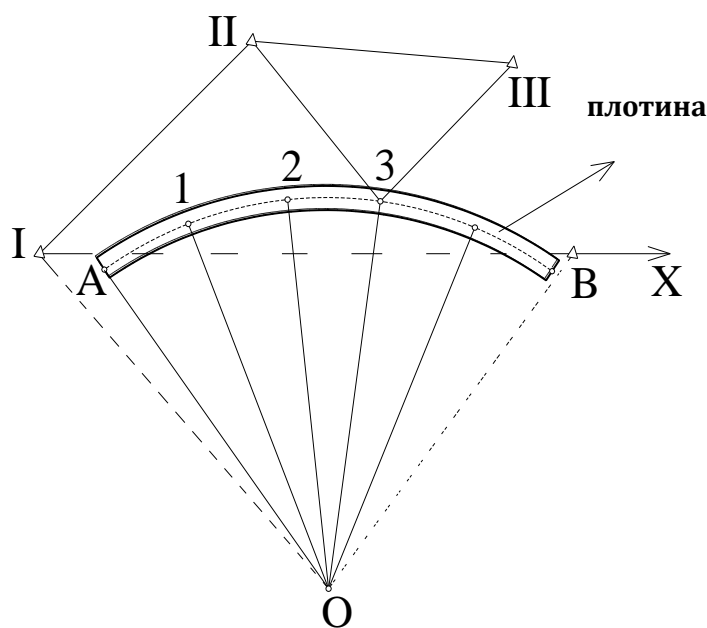


Рисунок 1.14 – Схема ОГС при строительстве гидроэлектростанций

ОГС при строительстве гидроузла имеют довольно короткие стороны (0,2–1,5 км). Пункты сети размещают вблизи от основных осей сооружений гидроузла. При этом сторону сети размещают с осью плотины. Форма сети определяется с учетом длины и конфигурации плотины, ширины реки, наличия островов, высоты и крутизны берегов, размеров сооружений и т.д. Точность

определения координат пунктов ОГС зависит от требований заказчика. Нормативная СКП взаимного положения пунктов должна соответствовать 5–10 мм [1, 12].

Создание ОГС как правило производится методами триангуляции, полигонометрии, трилатерации, а также линейно-угловыми построениями или спутниковыми определениями. Конкретный метод выбирается в результате анализа условий местности, априорной точности и экономической эффективности. Во Вьетнаме при создании ОГС широкое применение получили измерения высокоточными электронными тахеометрами.

Сертификация рабочих средств измерения (РСИ) должна проводиться в соответствии с нормативной базой, включающей инструкции (ГКИНП), руководящие технические материалы (РТМ), руководящие документы (РД), государственные стандарты (ГОСТ), отраслевые стандарты (ОСТ), нормы выработки и др.

Бурное развитие спутниковых технологий обусловило совершенствование и нормативной базы. В России в соответствии с законом РФ «О стандартизации» дополнительно к действующим нормативно-техническим документам разработан пакет документов, регламентирующих применение спутниковых приемников при изысканиях и строительстве:

- ГКИНП 17-195-99 «Инструкция по проведению технологической поверки геодезических приборов»;

- ГКИНП (ОНТА)-01-271-03 «Руководство по созданию и реконструкции городских геодезических сетей с использованием спутниковых систем ГЛОНАСС/GPS»;

- СП 47.13330.2012 «Инженерные изыскания для строительства. Основные положения»;

- СП 11-104-97 «Инженерно-геодезические изыскания для строительства»;

- СП 126.13330.2017 «СНиП 3.01.03-84. Свод правил. Геодезические работы в строительстве».

### 1.4 Технология спутникового позиционирования

Наиболее распространенными глобальными навигационными спутниковыми системами (ГНСС) являются отечественная система ГЛОНАСС и GPS (Global Positioning System, США).

Трудно переоценить эффективность использования ГНСС технологий в разных отраслях производства, в том числе в области геодезии. Решению многих проблемных вопросов с использованием ГНСС-технологии посвящено много работ [20, 21, 24, 37, 38, 46].

ГНСС включают три основных блока (рисунок 1.15): космический, контроля и управления, пользовательский.

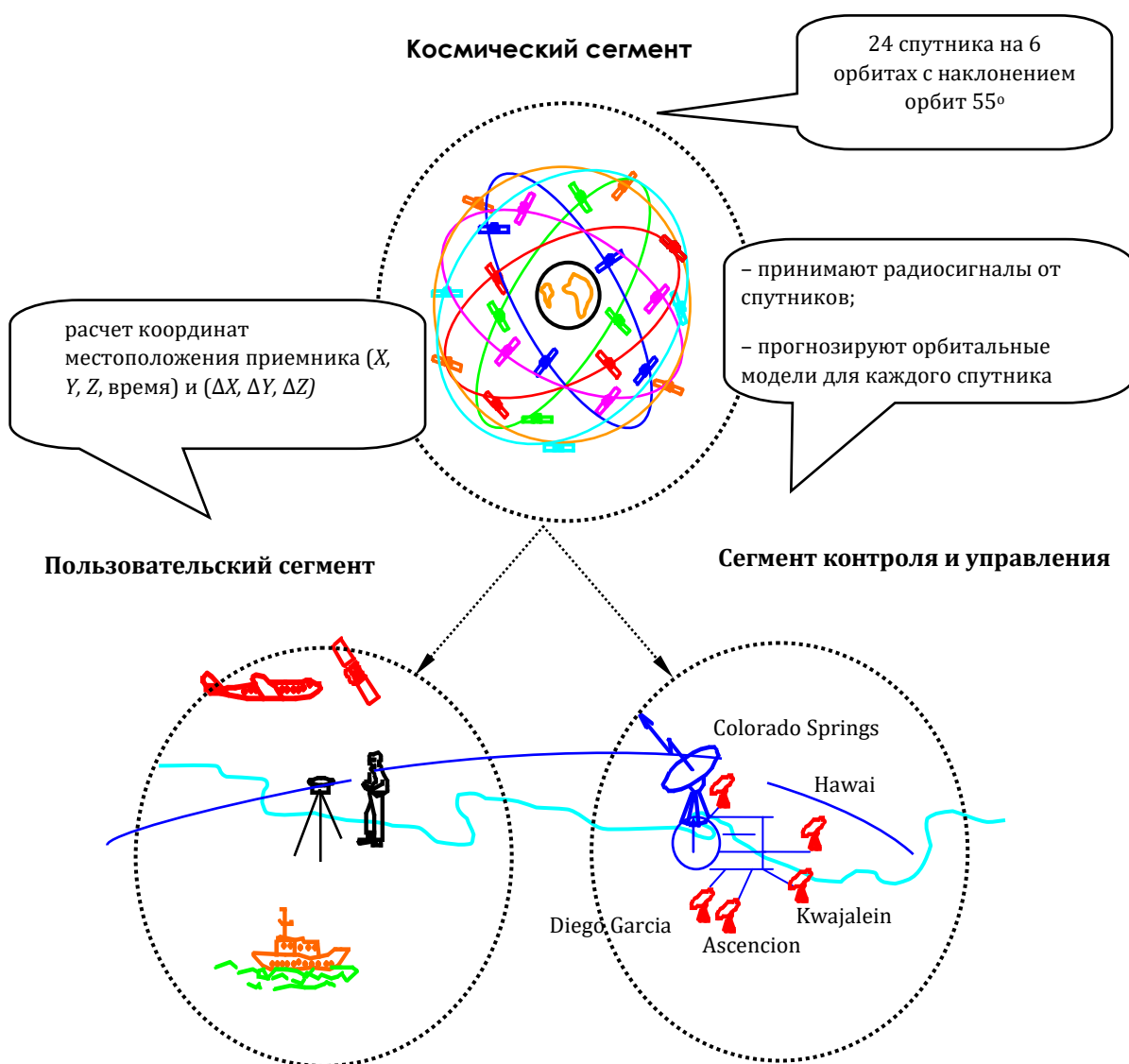


Рисунок 1.15 – Принципиальная схема спутниковой навигационной системы (NAVSTAR GPS – США)

Космическая геодезия как прикладная наука стала формироваться в начале 1980-х г., когда были разработаны спутниковые радиоуправляемые навигационные системы (СРНС), такие, как GPS NAVSTAR (разработчик США) и ГЛОНАСС (СССР). Результаты практических геодезических измерений при помощи СРНС были более точны по сравнению с методами традиционной геодезии [20, 21, 28].

Несмотря на то, что спутниковая геодезия, как наука стала формироваться сравнительно недавно, тем не менее, за этот тридцатилетний период степень проработанности данного вопроса подтверждается многочисленными трудами российских и зарубежных ученых. Особый вклад в развитие методов применения ГНСС-технологий внес К.М. Антонович, который впервые систематизировал методы ГНСС измерений, а также способы учета различных видов ошибок, возникающих при определении тропосферной и ионосферной задержки, им были разработаны технологии построения локальных геодезических сетей с применением ГНСС с требуемым уровнем их качества применительно к условиям России [20, 21]. В трудах [32, 37, 42] А.О. Куприянова, Ю.И. Маркузе, В.А. Болдина, В.А. Салищева и др. предложены рекомендации по созданию единых алгоритмов компьютерных программ для обработки результатов измерений при помощи ГНСС для повышения точности геодезических измерений. Из зарубежных изданий наиболее полным можно выделить монографию К. Одуана и Б. Гино, в котором описаны физико-технические основы и алгоритмы глобальной навигационной системы ГНСС [64].

Тем не менее, несмотря на достаточную проработанность спутниковых космических технологий в геодезии, все еще остро стоит вопрос о развитии (сгущении) ГГС для обеспечения строительства городов и поселков, особенно в сложных ландшафтных и погодных условиях, а также неразвитости геодезической сети и ограниченного количества приемников.

Вьетнам находится на стыке нескольких природных зон, что определяет разнообразие его природных условий. Рельеф страны большей частью горный.



Более трех четвертей территории занимают горы, плато и плоскогорья. Территория также охватывает острова и архипелаги. Площадь континентального шельфа – 500 тыс. кв. км. От соседних государств Вьетнам отделяют горные хребты. Таким образом, территория Вьетнама отличается сложной ландшафтной структурой и для создания геодезической основы в строительстве на основе технологии спутникового позиционирования необходимо решения ряда задач, таких как выбор системы плоских координат, передача высот на пункты опорной сети и конкретные методики геодезических работ.

Вьетнам в связи с интенсивным освоением территорий сегодня остро испытывает нехватку геодезических сетей и их сгущение.

Применение ГНСС- технологии при построении ОГС представляется весомым дополнением к традиционным методам, тем более что спутниковое оборудование более экономически эффективно и обеспечивает высокую точность. Дополнительным аспектом использования спутниковых технологий при строительстве является то, что создание инженерных геодезических сетей традиционным способом с применением тахеометров возможно только при наличии в непосредственной близости и открытой местности пунктов государственной геодезической сети (ГГС), что проблематично организовать в условиях недостаточной развитости ГГС Вьетнама.

Для разработки рекомендации по применению конкретных спутниковых технологий в создании инженерных геодезических сетей во Вьетнаме необходимо сделать анализ технологий методов и методик, применяемых в космической геодезии.

В настоящее время на околоземной орбите функционирует 3 спутниковые радионавигационные системы. Это, вышеназванные NAVSTAR GPS (США) и ГЛОНАСС (Россия), а также проектируемая спутниковая навигационная система Галилео (Galileo), являющаяся европейским аналогом. Китай и Индия также заявляют о создании своих спутниковых радионавигационных системах COMPASS и IRNSS, которые в будущем будут обеспечивать определение

географических координат в стране и на соседних территориях. Китайская система COMPASS уже запустила пилотный проект по созданию СРНС в количестве 3 спутников. Основные характеристики ГЛОНАСС, GPS и GALILEO представлены в таблице 1.3.

Таблица 1.3 – Основные характеристики СРНС

СРНС	Число ИСЗ	Число орбитальных плоскостей	Количество спутников в орбитальной плоскости	Высота над Землей, км	Наклонение орбит, град.	Система координат
ГЛОНАСС	24	3	8	19100	64,8	ПЗ-90
GPS	24	6	4	20145	55	WGS-84
GALILEO	27	3	9	23200	56	-

На рисунке 1.16 представлена диаграмма распределение ИСЗ по орбитальным плоскостям.

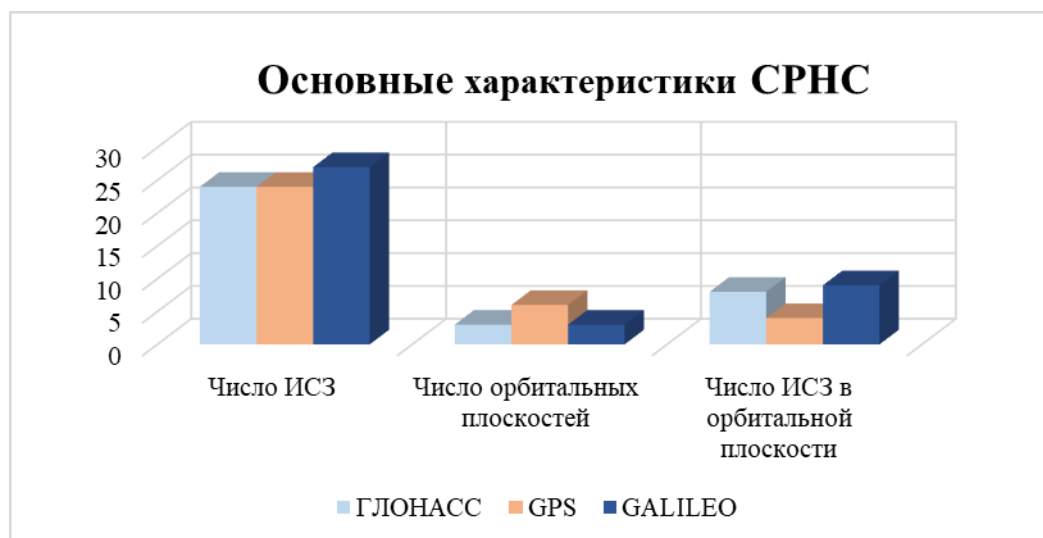


Рисунок 1.16 – Диаграмма распределение ИСЗ по орбитальным плоскостям

Основной параметр при спутниковых определениях - это время измерений на каждом пункте сети. С ним напрямую связаны следующие факторы:

- количество видимых спутников;
- схемы распространения спутников.

Приведенные факторы являются функцией от времени и местонахождения искомых пунктов.

ОГС должна соответствовать основным требованиям (см. таблицу 1.4 [20, 21]).

Таблица 1.4 – Основные требования при создании опорной геодезической сети

Класс сети	Высота спутника, градусы	Число видимых спутников	Время наблюдений, мин	Частота регистрации фазы, сек
I	$\geq 15$	$\geq 6$	$\geq 120$	10-60
II	$\geq 15$	$\geq 6$	$\geq 90$	10-60
III	$\geq 15$	$\geq 6$	$\geq 60$	10-60

Точность измерения высоты антенны не должна превышать 1 мм. Измерение высоты антенны выполняют дважды, разность измерениями должна быть в пределах 2 мм.

Важным этапом создания геодезических сетей является их уравнивание, т.е. получение однозначных результатов, несмотря на возможные погрешности измерений, которые могут быть исправлены в ходе обработки, и точность определения координат стала выше. Эта задача может решаться методом наименьших квадратов (МНК). Но при построении сети сгущения при помощи ГНСС в сложных ландшафтных условиях исследуемого объекта и при отсутствии или малого количества ГГС решающим фактором в выборе метода уравнивания геодезических сетей может стать комбинированный метод поиска экстремума функции (соединение поискового и градиентного методов). Это возможно при использовании традиционного тахеометрического способа и технологий ГНСС, что позволит максимально использовать имеющийся геодезический потенциал ГГС Вьетнама с одновременным привлечением зарубежных космических спутниковых технологий.

В последние годы во Вьетнаме было модернизировано и внедрено много крупномасштабных проектов. Строительство любых сооружений требует

создания опорной геодезической сети. Используя ее, создают разбивочную основу для выполнения всего спектра геодезических работ.

Применение ГНСС-технологии во Вьетнаме для инженерно-геодезических работ началось в начале 2000 гг., но инженерно-геодезических опорных сетей для строительства городов и поселков пока недостаточно. В этой связи разработка методики создания опорных сетей при строительстве городов и поселков с применением спутниковых технологий позиционирования, а также научное обоснование выбранной методики и определение пути ее практической реализации является актуальной научно-практической задачей. При этом необходимо разработать алгоритмы обработки спутниковых данных, преобразования координат из системы координат WGS-84 в местные системы координат и оценки точности вычисленных приращений координат для разных районов Вьетнама, а также определения нормальных высот пунктов.

Обычный метод определения высот производится геометрическим нивелированием относительно поверхности квазигеоида. В основе этих измерений лежит физический (гравитационный) принцип измерений, при котором для относительно коротких расстояний реализуется эффект ориентирования водной поверхности нормально весовому вектору. Геодезические сети, построенные традиционными методами, делятся на плановые (координаты  $B$  и  $L$ ) и высотные ( $H^i$ ) сети, которые практически не зависимы.

ГНСС измерения имеют сугубо геометрический принцип. Определяются расстояния, которые инвариантны к способам измерений.

Точность спутниковых определений и, особенно, спутникового нивелирования, зависит от модели квазигеоида (ГГС рассматривается как модель, а также модель высот). В настоящее время идет стремительное развитие модели высот квазигеоида. Однако пока нормальная высота, определенная с использованием спутниковых данных, существенно уступает по точности высотам, измеренным способом высокоточного геометрического

нивелирования. В связи с этим актуальным вопросом является совершенствование методики определения высот на основе данных спутникового нивелирования. Одним из направлений может быть комбинированное использование данных геометрического и спутникового нивелирования.

### **1.5 Анализ разработок по созданию опорных геодезических сетей**

ГНСС-технологии в настоящее время широко применяют для гражданского использования. С 1984 года приложения GPS-измерений использованы при изысканиях и строительстве Стэнфордским университетом США (Stanford).

В апреле 1985 г. Р. Руланд (R. Ruland) и А. Лейк (A. Leick) опубликовали результаты исследований с применением GPS-технологии при создании опорной геодезической сети [101]. Благодаря достижениям в технологиях изготовления GPS-приемников принцип фазовых измерений используются для устранения и минимизации многих ошибок источника, поэтому при относительном позиционировании получают векторы приращений координат с высокой точностью [85, 94].

В Венгрии с 1990 года ГНСС-технологии используются для измерения деформаций гидроэлектростанций в районах с нестабильными геологическими условиями (Berhida) и сравниваются, с традиционными измерениями (линейно-угловые измерения) с использованием высокоточных теодолитов Wild T2 и дальномеров AGA 12A [91].

В Чехии применение ГНСС-технологии в геодезическом строительстве началось в начале 90-х годов XX века. В апреле 2002 г. на XXII Международной геодезической конференции (FIG), проходившей в Вашингтоне (Washington D.C. - USA), Отакар Свабенский (Otakar Svabensky) и Йозеф Вейгель (Josef Weigel) анонсировали приложения для управления точностью ГНСС измерений в геодезическом строительстве. За почти 10 лет применения ГНСС-технологии в геодезических работах чешские геодезисты продемонстрировали использование программного обеспечения Leica SKI v.2.3 для обработки ГНСС

измерений. Показано, что с применением приемника Leica SR 299/399 и Ashtech Z-18 на коротких расстояниях можно достичь точности 5 мм в плане земли и 7 мм по высоте [95].

В Китае в конце 1990-х годов геодезисты Уханьского университета использовали автоматическую ГНСС - систему для наблюдения за плотиной Гехеяна на реке Цинцзян (Qingjiang). Результат анализа точности ГНСС-сетей с короткими линиями составляет около 2 мм (координат) и 5 мм (геодезической высоте). В конце 2003 года, после завершения строительства плотины ГЭС «Три ущелья» (рисунок 1.17), которая была крупнейшей плотиной в мире, также использовался ГНСС - технологии для мониторинга деформации конструкции [102, 103, 108].



Рисунок 1.17 – Вид плотины ГЭС «Три ущелья» (Китай)

При построении геодезических сетей с длинными линиями возникает проблема преодоления влияния ионосферных искажений и конвективного слоя на определение вектора расстояний. Для создания ГНСС-сетей с короткими линиями этот эффект можно не учитывать, так как в этом случае можно считать поле однородным и влияние атмосферных условий на измерения на станциях практически будет одинаковым и в значительной мере устраняется за счет учета разности фаз.

С появлением спутниковых навигационных систем существенно расширился спектр методик построения геодезических сетей. Разработана концепция, в которой включено применения спутниковой технологии и тенденция на определение пространственных координат. С 28 декабря 2012 г введены в действие геоцентрические системы координат ГСК-2011 и ПЗ-90.11 (Параметры Земли 1990 г.).

В России проработкой вопросов по созданию геодезических сетей на основе спутниковых технологий занимались такие известные ученые, как Бойко Е.Г., Антонович К.М., Маркузе Ю.И., Брынь М.Я., Баландин В.Н.; Виноградов А. В.; Воронин Е.Г.; Герасименко М.Д. Зарзура Ф.Х., Мазуров Б.Т.; Ключин Е. Б.; Огородова Л. В., Балбеков А. А., Резникова И. Б., Юзефович А. П. и др. Во многом благодаря результатам работ этих исследователей созданы спутниковые ОГС для изысканий и строительства. ГНСС технологии позволили реконструировать и повысить точность городских геодезических сетей. По результатам проведенных исследований можно сказать, что при благоприятном расположении спутников и при исключении эффекта многопутности, возможно определение точности пунктов до единиц миллиметров.

Оказалось также, что применение спутниковых технологий эффективно не только при создании высокоточных ГГС (СГС-1, СГС-2), но и для ОГС в строительстве.

Остаются, безусловно нерешенные вопросы. К таковым можно отнести совместную обработку ГНСС-измерений и традиционных наземных измерений (электронный тахеометр). Применение референц-эллипсоида (с 2012 года - эллипсоиды ГСК-2011 и ПЗ-90.11 в России или WGS-84 в США) является стандартным. Вместе с тем для инженерно-геодезических работ в строительстве требуется высокая точность в сетях с относительно короткими линиями. В этих случаях оправдано вести исследования для уточнения геодезической основы в строительстве на основе использования плоских проекций.

В исследованиях Абжапаровой Д.А. [17, 18] приводится применение специальной КП, которая минимизирует искажения линейных элементов местности (относительно их положений на эллипсоиде), а также пространственного и взаимного положения строящихся зданий и сооружений. Показан алгоритм и детальный расчет специальной геодезической проекции. Доказано влияние градиентов отметок точек поверхности на точность редуцирования геодезических измерений и даны рекомендации для минимизации этого влияния. Абжапаровой Д.А. провела анализ многих проекций: Ламберта, Гаусса – Крюгера и Руссилья, и сделала сравнение своих расчетов для объектов Кыргызстана. Наибольший эффект получился для горной местности. В работе подчеркивается дополнительное применение разработанной методики к традиционным подходам. На взгляд автора настоящей работы исследования Абжапаровой Д.А. весьма перспективны и открывают новое направление в создании геодезической основы для решения инженерных задач. В этом контексте весьма целесообразно рассмотреть использование топоцентрических координат, в том числе для гористых регионов.

Другой важный вопрос рассматривается в работах Юнеса Ж.А. [79, 80]. Речь идет о выборе системы плоских координат при создании опорных сетей в условиях низких широт. На численных примерах доказано эффективность применения проекции Меркатора для регионов низких широт. Даны сравнения проекций Гаусса-Крюгера и Меркатора. Приведена автоматизация алгоритмов перевода координат с одной системы в другую. Создана ОГС для строительства нового города в Саудовской Аравии. Автор предложил использовать разработанную в 2008 году глобальную модель EGM-2008 для определения нормальных высот. Здесь надо заметить, что точность её пока не достаточна, чтобы ее применять в самостоятельном виде при создании ОГС. Далее, на наш взгляд применение топоцентрических координат дало бы большую точность.

Топоцентрические координаты тоже использовались в практике геодезических работ. В работе [65] Мануэль Т.С. по результатам спутниковых



измерений выявлял деформации инженерных объектов, используя при этом топоцентрическую систему координат. Топоцентрические координаты по данным спутниковых определений также были применены и в других исследованиях, например [39, 41, 51, 58, 61, 74], где говорится об эффективности применения топоцентрических координат. Анализируя эти работы, следует заметить, что почти все они теоретические, в них приведены расчеты перевода координат из одной системы в другую, отсутствуют практическая направленность на создание ОГС для изысканий и строительства.

Имеется несколько работ специалистов из Вьетнама (Нгуен Вьет Ха, Чан Кхань, Нгуен Куанг Фук, Ле Чунг Тьон, Фам Хоанг Лан, Хоанг Нгок Ха, Нгуен Зуй До, Ву Хонг Куонг и др.) [56, 57, 71, 93, 98, 106]. В своих работах они осветили вопрос создания опорных геодезических сетей и определения нормальных высот пунктов по данным спутниковых измерений. Во Вьетнаме некоторые из проектов использовали ГНСС-технологии для создания опорной геодезической сети при строительстве объектов, таких как Вьетнамский национальный конференц-центр, стадион Мидинь (Ханой), цементный завод Тхайнгуен (провинция Тхайнгуен), нефтеперерабатывающий завод Зунгкуат и т.д. Некоторые объекты, такие как шоссе Хошимина, проходящее через восток от Чыонгшон в гористой местности, имеет протяженность 115 км. Сеть состояла из 40 пунктов ГНСС IV класса, шоссе Ниньбинь - Тханьхоа имеет протяженность 120 км, 39 пунктов IV класс.

Департамент строительства Ханоя провел исследование на тему «Процесс измерения строительства высотных зданий в Ханое с использованием ГНСС - технологии и ЭТ». В рамках проекта разработан процесс применения ГНСС - технологий и ЭТ для измерения сетей при строительстве и передачи оси и отметок на монтажные горизонты высотных зданий. Темы также были приняты во внимание при ГНСС -измерении в условиях высокой городской среды, таких как Ханой, где многие факторы вызывают помехи сигнала и вызывают ошибки при многолучевом распространении. В этом проекте реализована технология применения ГНСС и методика передачи отметок на монтажные горизонты

строительства южного мобильного информационного 16-этажного (высота 61 м). Экспериментальные результаты продемонстрировали возможность использования ГНСС-технологии при строительстве высотных зданий в городских условиях.

В течение трех лет, с 2008 по 2010 год, Институт космических технологий Вьетнамского института науки и технологий реализовал проект «Исследовать и предложить использование высокоточной ГНСС-технологии для определения сдвигов прибрежной территории при строительстве». Команда исследователей выполнила эксперименты, чтобы определить деформации цементного завода Камфа в пять циклов (рисунок 1.18). Характерной чертой этого сооружения является недавно построенная плотина Байтылонг. По результатам обработки определили скорость смещения точек наблюдений. Скорости составили от 5 мм / год до 11 мм / год.



Рисунок 1.18 – Трубчатая деформационная марка для определения смещений сооружений на цементном заводе Камфа (Вьетнам)

Сегодня плановое и высотное положение точек определяется все больше с использованием ГНСС-технологий.

ГНСС метод создания и развития геодезических сетей – это самый современный, универсальный, точный и простой метод производства геодезических работ на любых территориях, но он особенно эффективен в районах с низкой плотностью пунктов геодезических сетей.

На основе анализа представленных выше работ можно сделать вывод, что опыт применения ГНСС технологий, преимущественно, в России позволяет его использовать и во Вьетнаме. В то же время вытекают вопросы, решение которых необходимо для более эффективного использования ГНСС-технологии при создании ОГС. Требуется численное доказательство более высокой точности применения топоцентрических координат, необходимо доработать методику применения ГНСС технологии при определении нормальных высот, что представляет собой отдельные практически важные задачи.

### **1.6 Краткое описание существующих геодезических сетей на территории Вьетнама**

В 1959 году началось строительство государственной геодезической сети во Вьетнаме. Первый этап: 1959-1963 гг. ГУГК Вьетнама завершила измерения сети триангуляции I и II классов на территории Северного Вьетнама. В этой сети имеется 339 пунктов I класса и 696 пунктов II класса, 13 выходных сторон, 28 пунктов Лапласа. Средняя длина сторон триангуляции I класса – 25 км. Максимальная длина – 42 км. Минимальная длина – 9 км. Средняя длина сторон триангуляции II класса – 14 км. Максимальная длина – 27 км. Минимальная длина – 5 км.

С 1988 по 1990 г. построена сеть полигонометрии II класса на юге Вьетнама. В этой сети имеется 175 пунктов полигонометрии II класса.

ГНСС технологии во Вьетнаме применялись. Их использование было в областях: Миньхай, Шонгбе, Тхайнгуен, где были выполнены спутниковые определения на 117 пунктах [54, 77]. В результате проведенных геодезических работ на острове Чанша (самый большой остров Вьетнама), создана опорная сеть из 36 геодезических опорных пунктов, которую «связали» с ГГС. В результате этих работ удалось координатной сетью соединить остров с материком, что ранее сделать традиционными способами было невозможно (рисунок 1.19). Характеристика ГГС, созданной по ГНСС-технологии, приведена в таблице 1.5.

## Китай

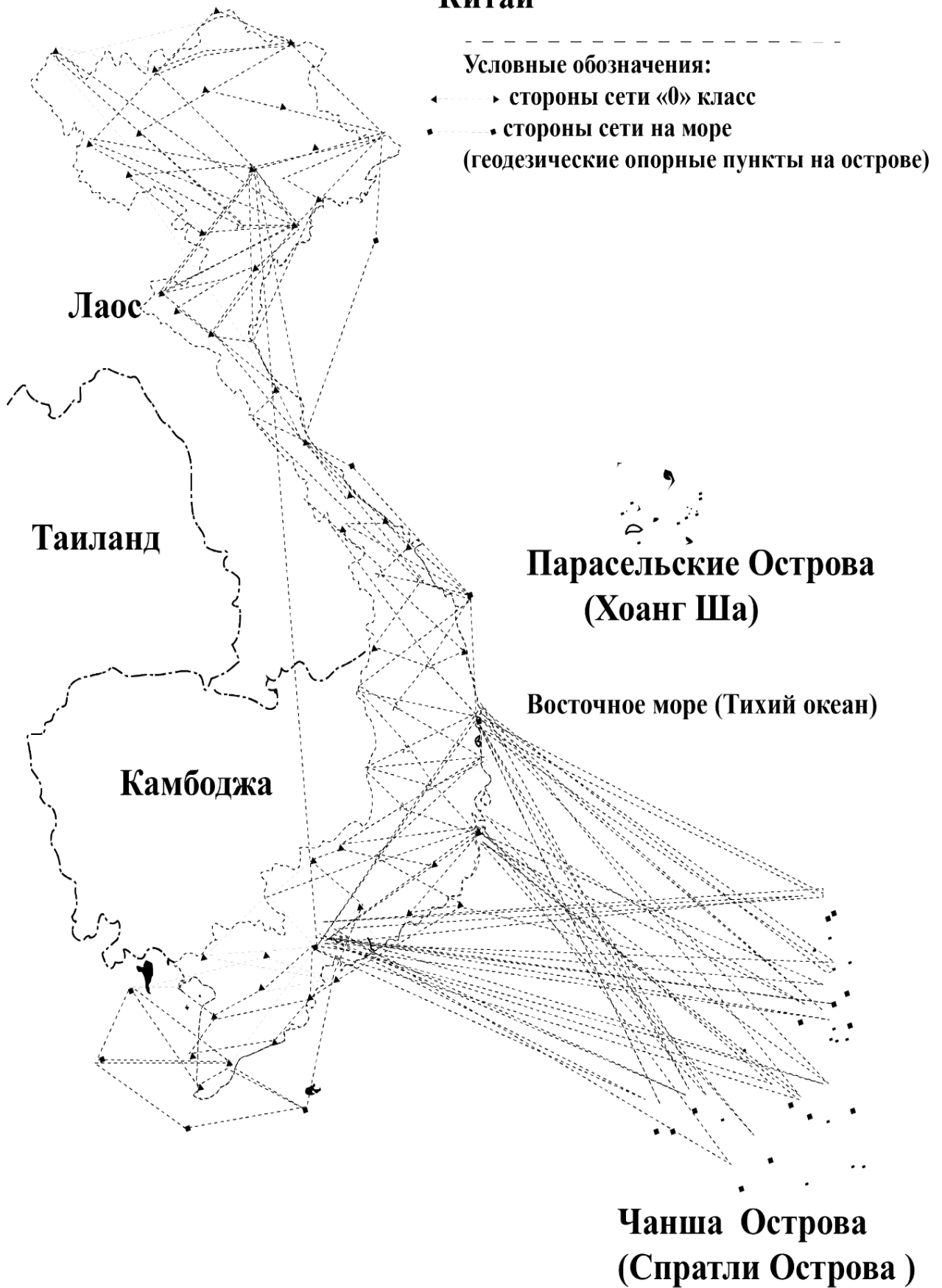


Рисунок 1. 19 – Схема сети класса «0», включая острова

Источник: по данным [104]

Таблица 1.5 – Характеристика ГГС

№ п/п	Название областей	Число пунктов	Наиболее длинная сторона, км	$m_0$ , м	Относительные ошибки сторон, ms/s
1	Минь Хай	-15	40	0,033	1/550 000 – 1/1 600 000
2	Шонг Бе	37	42	0,040	1/500 000 – 1/1 700 000
3	Тхай Нгуен	65	45	0,089	1/240 000 – 1/1 750 000

Для проверки качества и повышения точности сети I и II классов в 1995 г. построена сеть класса «0» с применением технологии ГНСС. Выбрано 68 пунктов I и II классов для измерений ГНСС. Средняя длина стороны между ближайшими точками составила 70 км.

### **Особенности создания геодезических сетей сгущения во Вьетнаме**

Государственные геодезические сети во Вьетнаме создаются 1, 2, 3 классов. Они распределены по всей территории страны и имеют следующие геометрические характеристики: среднее расстояние между соседними пунктами составляет 20 - 25 км (1 класса), 10 - 15 км (2 класса), 5 - 7 км (3 класса). Можно сказать, что в настоящее время обеспеченность государственной геодезической сетью Вьетнама 1, 2, 3 класса достаточна. Вместе с тем есть необходимость в сгущении ГГС.

Во Вьетнаме применение спутниковых технологий при создании ГСС и строительстве представляется важным дополнением к традиционным методам создания наземных сетей. Тем не менее, надо сказать, что во Вьетнаме при имеющемся опыте создания ОГС с использованием спутниковых технологий нет теоретической проработки этого вопроса и в целом исследований точности.

Раньше во Вьетнаме при строительстве создавались ОГС методом триангуляции. С 2000 г. ОГС создаются с использованием спутниковой аппаратуры и комбинированием с электронной тахеометрией, однако методических рекомендаций с описанием наиболее эффективного их построения и измерений во Вьетнаме нет. При применении спутниковой

технологии для создания опорных сетей в целях обеспечения строительства, как правило, используют относительные наблюдения.

Выбор класса ГГС зависит от класса сети и сложности рельефа, объектов сооружения (рассредоточенного или сосредоточенного). Например, для сети, создаваемой на равнинном рельефе, пункты располагаются равномерно. Но для сети в гористой местности положение пунктов будет неравномерным.



Рисунок 1.20 – Вид пункта ГГС  
(наземный)



Рисунок 1.21 – Вид пункта ГГС  
(на крыше здания)

Как и пункты государственных геодезических сетей, пункты сетей сгущения закрепляются постоянными знаками.

Во Вьетнаме построение ГСС с применением ГНСС становятся популярным. Однако следует отметить, что достаточная точность обеспечивается довольно продолжительными сеансами наблюдений ~ 40 мин. При недостаточной плотности пунктов государственной плановой геодезической сети прокладывают сеть 4-го класса, которая может иметь некоторое отличие от государственной. Если на расстоянии 5 км от границ участков работ отсутствуют пункты государственной геодезической сети и площади участков не превышают 20 км<sup>2</sup> (для съемки в масштабе 1:2000 и крупнее), то сети сгущения строят как локальные. Следующим важным моментом является обеспечение соотношений длин сторон. Точность положения пунктов сети зависит от длин сторон.

Обобщая отмеченные особенности создания геодезических сетей во Вьетнаме, нужно отметить, что при измерении целесообразно применять спутниковый метод создания. В существующих документах, которых недостаточно, отмечены сведения о методах проектирования и опорных геодезических сетях, созданных с использованием спутниковых технологий, но практически отсутствует расчет их точности. Мало исследований посвящено проектированию сетей в гористых и труднодоступных районах. В связи с этим исключительно актуальны для Вьетнама исследования, направленные на построение специальных и опорных сетей с использованием спутниковых технологий для целей строительства.

#### *Государственная нивелирная сеть Вьетнама*

Высотная сеть Вьетнама начинала создаваться в 1959 г. на севере страны. В 1964 г. на территории Северного Вьетнама была построена высотная сеть I класса. Общая ее длина – 1175 км. Сеть состоит из четырех линий: «Ханой – Хайфон», «Ханой – Донгданг», «Ханой – Лаокай», «Ханой – Виньлонь». При нивелировании использованы нивелир «Ni004» и инварные рейки. Точность нивелирования характеризуется следующими ошибками на 1 км: случайная – 0,38 мм/км, систематическая – 0,05 мм/км. На основе нивелирования I класса строятся ходы нивелирования II класса, составляющие 12 линий длиной 2420 км. Точность нивелирования: случайная – 0,55 мм/км, систематическая – 0,06 мм/км. С 1962 по 1974 г. построена сеть III и IV классов длиной, соответственно, 2792 км и 7524 км.

С 1981 по 1991 гг. выполнялось повторное нивелирование на севере Вьетнама и построение новой сети нивелирования в Южном Вьетнаме. Общая длина сети нивелирования I класса равна 5096 км, она состоит из 11 линий. Сеть нивелирования II класса имеет 43 линии длиной 4515 км.

Создаваемую государственную нивелирную сеть намечено подразделить на нивелирные сети I, II, III и IV классов, принять нормальную систему высот.

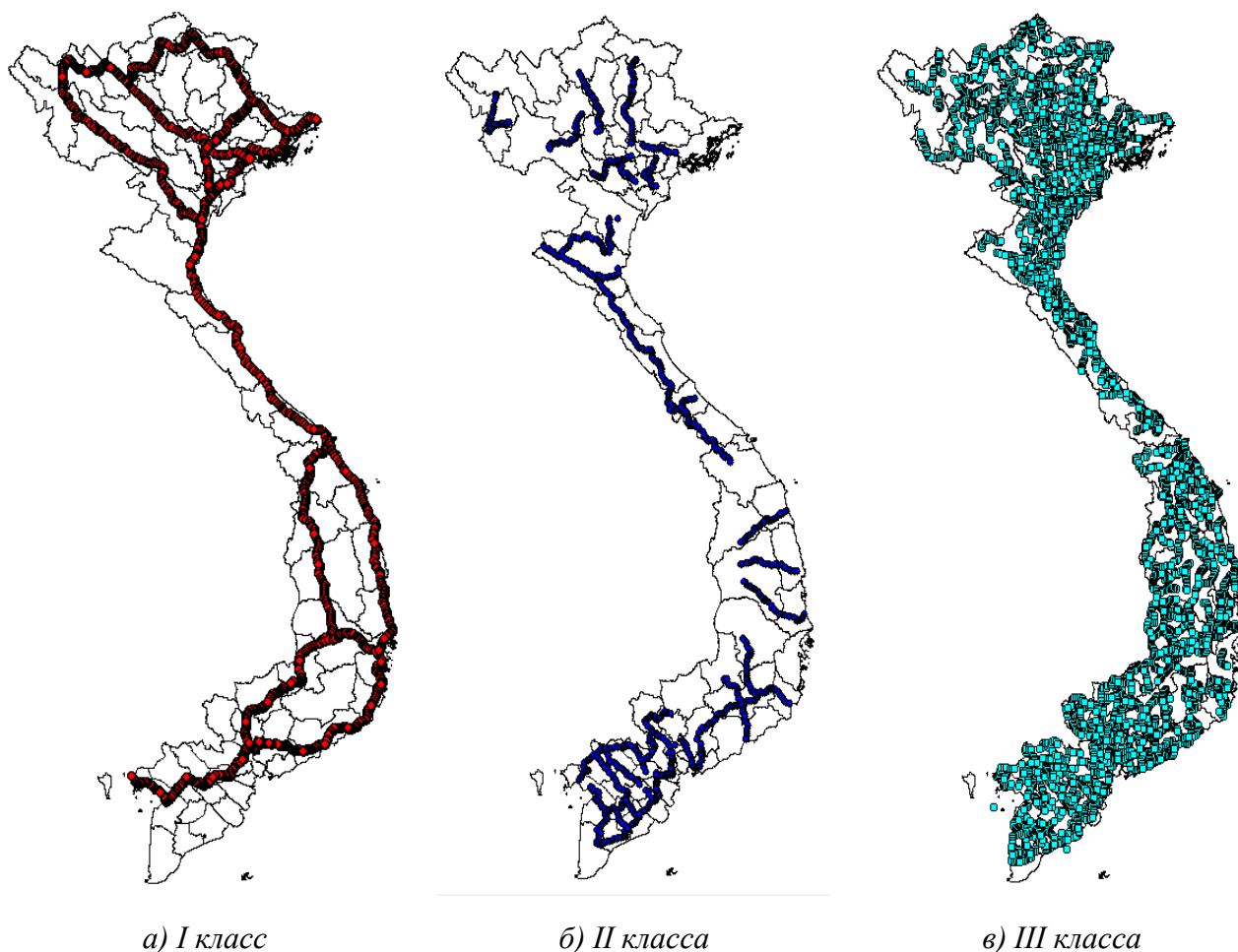


Рисунок 1.22 – Схема высотных нивелирных сетей Вьетнама:

*а) сеть I класса; б) сеть II класса; в) сеть III класса.*

Что касается расстояний между реперами в нивелировочных сетях Вьетнама, то оно отвечает соответствующим требованиям инструкции [84]. В то же время следует отметить, что нивелировочные работы в ряде районов довольно давно не проводились. Безусловно, в этих условиях много реперов утрачено, что требует решения этого весьма важного вопроса.

*Об определении нормальных высот.*

Во Вьетнаме нормальные высоты точек определяются в системе VN-2000 относительно нуля футштока Хонзау в городе Хайфоне. При использовании технологии ГНСС нет затруднений при определении планового местоположения пункта на поверхности Земли. Вместе с тем задача определения нормальной высоты точки напрямую не решается. В связи с этим актуальной задачей является определение высот с помощью ГНСС технологии.



При этом задачей является применение минимального объема нивелировочных работ. Для определенного класса точности и при наличии модели квазигеоида, мы можем определить высоту точки по ГНСС определениям и без результатов нивелирования.

Маленькие пояснения: по результатам обработки ГНСС измерений получают значения координат геодезических пунктов в геоцентрической системе координат. Высоты получаются геодезическими и их следует перевести в нормальные. Проведение геометрического нивелирования более трудоемкая работа, чем определение высот с использованием ГНСС-технологии. Определение нормальных высот по геодезическим высотам, получил название ГНСС-нивелирование.

Во Вьетнаме есть примеры ГНСС-нивелирования с применением глобальной модели геоида (EGM96, EGM2008). В 2009 г. была построена модель поверхности локального квазигеоида с использованием модели EGM2008 в Южном центральном регионе [104]. С использованием гравиметрических данных точность определения высоты геоида этой модели составила около 0,2 м, что отвечает точности IV класса. Эти исследования показали их перспективность и целесообразность продолжения для разработки модели всего Вьетнама.

### **Статус данных ГНСС–нивелирования во Вьетнаме**

Сеть ГНСС-нивелирования разрабатывается Департаментом геодезии и картографии Вьетнама по всей территории Вьетнама. Обработка данных сетей ГНСС во всей стране включает 29 сетей и 1054 точек измерения ГНСС.

- + 24 сети ГНСС, 954 точки измерения ГНСС.
- + Сети ГНСС Лаоса, 14 точек измерения ГНСС.
- + Сеть ГНСС дельта реки Меконг, 40 точек измерения ГНСС.
- + Фундаментальная сеть ГНСС, 36 точек измерения ГНСС.
- + Дополнительная сеть ГНСС, 215 точек измерения ГНСС.
- + Дополнительная сеть ГНСС для Юго-Восточного региона.

После завершения дополнения к Юго-восточному региону сеть ГНСС-нивелирования состоит из 1009 точек. Она была завершена 21 мая 2010 года и включает в себя:

+ 820 точек ГНСС-нивелирования (234 точки I класса, 200 точек II класса, 386 точек III класса);

+ точки триангуляции высоких классов: 136 точек триангуляции I, II класса;

+ фундаментальные точки ГНСС с высокой точностью: 53 точки.

Плотность точек сетки, как указано выше, полностью отвечают требованиям точности при построении локальной модели аномалии высоты на территории Вьетнама.

### **1.7 Выводы по первой главе**

На основе проведенного анализа состояния вопроса о способах создания опорных геодезических сетей для изысканий и строительства можно высказать следующее. Широкое применение нашли ГНСС-технологии, которые коренным образом меняют технологию создания опорных сетей. Кроме того, открылись возможности по совершенствованию спутникового нивелирования и использования альтернативных проекций для плоских координат. Все больше исследователей определяются в целесообразности применения различных проекций при проведении специальных работ. В этой связи тема диссертации представляется весьма актуальной.

На взгляд автора, вкуче с технологией ГНСС-измерений весьма перспективно применение топоцентрических координат для создания геодезической основы при строительстве. При использовании топоцентрической поверхности необходимо прояснить некоторые вопросы. Несмотря на то обстоятельство, что определение топоцентрических координат является частью математической картографии, связанной с плоскими проекциями, алгоритм преобразования координат мало рассматривается в технической литературе и в этой связи следует выбрать алгоритмы и формулы

для уравнивания ГНСС-сетей в топоцентрической системе. Существующие некоторые исследования по уравниванию ГНСС в основном касаются геодезических координат и решения для больших сетей. Выбор подходящей системы плоских координат для геодезических работ при строительстве малоизучен. Использование цилиндрических проекций (UTM или Гаусс) не подходит для крупных проектов (в особенности распространяющихся в широтном направлении) с высокими требованиями к деформациям. Сначала следует определиться с алгоритмом перевода геоцентрических координат в топоцентрические; исследовать и провести сравнительные оценки точности топоцентрических и зональных координат в системе Гаусса-Крюгера; выявить области в зональной системе и размеры локальных проекций наиболее эффективные для применения в строительстве; автоматизировать алгоритм перевода координат из одной этой проекции в другую для обоснованности принимаемых решений.

Изучение и разработка методики построения опорных сетей на основе данных ГНСС-технологий представляет научный и практический интерес, но для Вьетнама она является практической необходимостью.

Исходя из результатов анализа состояния изученности вопроса основные задачи исследований состоят в следующем:

- Исследование точности определения плоских координат геодезической основы на топоцентрической проекции.
- Разработка методики использования топоцентрических координат при создании опорной геодезической сети для изысканий и строительства.
- Проверка разработанной методики построения опорной сети на объектах Вьетнама.

## ГЛАВА 2 ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ПЕРЕВОДА И ТОЧНОСТИ КООРДИНАТ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ОСНОВЫ НА ТОПОЦЕНТРИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ

Внедрение в жизнь спутниковых технологий определения координат открывает новые возможности как для создания геодезической основы при изысканиях, так и производства разбивочных работ в строительстве. В этой связи представляется весьма перспективным перевод координат, получаемых автоматизированным способом на поверхности эллипсоида, на горизонтальную локальную проекцию, ориентированную нормально отвесной линии. Прежде всего такая поверхность (проекция на плоскость) будет в наибольшей степени приближена к эллиптической поверхности. При этом возможно управление этим отклонением и выбор локальной области, отвечающей заданным параметрам точности. Такой подход к созданию геодезической основы безусловно позволит точнее выносить проектные решения в натуру. В данной главе приводятся выкладки и конкретные примеры перевода координат из геоцентрической системы в топоцентрическую (плоская проекция геоцентрических координат с топоцентрическими координатами), в которой производится уравнивание результатов тахеометрических измерений. Важно отметить, что приводится сопоставление результатов относительно зональной системы координат Гаусса-Крюгера. Демонстрируется возможность перевода координат из одной системы в другую для сохранения традиционных форм представления материала и контроля измерений.

### 2. 1 Топоцентрическая горизонтальная система координат

Создание геодезической основы одна из главных задач при строительстве и залог качества выполняемых работ. Сегодня *глобальные навигационные спутниковые системы* (ГНСС) широко применяются для создания геодезических сетей сгущения и вообще при выполнении различных геодезических работ. Тахеометр, снабженный спутниковым приемником, фактически обеспечивает решение большинства геодезических задач. Вместе с тем, традиционный подход создания геодезической основы связан с

использованием плоских прямоугольных координат, вычисляемых в проекции Гаусса-Крюгера и нормальных высот [19, 47, 51, 72, 81]. Что касается высот, то, безусловно, их определение надлежит выполнять геометрическим нивелированием. Однако плановые координаты эффективно определять и работать с ними в топоцентрической системе координат. Речь идет об использовании проекции геодезических координат, отличной от Гаусса-Крюгера, в которой эффективно с обеспечением требуемой точности, ведение геодезических работ. В то же время есть возможность перевода координат в проекцию Гаусса-Крюгера, что обеспечивает сравнение, выбор и обоснование применения топоцентрической поверхности. Следует заметить, что вопрос о целесообразности разработки методик определения параметров специальных геодезических проекций при выполнении инженерно-геодезических работ, обеспечивающих уменьшение линейных искажений и удобство в практическом использовании, рассматривается сейчас во многих работах и в первой главе подробно рассмотрен [20, 21, 26, 51, 60, 74, 81].

Традиционный подход применения ГНСС-технологии состоит в определении координат пунктов геодезической сети, уравнивании результатов измерений в геоцентрической системе координат, после чего – в преобразовании в геодезические координаты ( $B, L$ ) и далее – в прямоугольные зональные системы координат. Традиционный подход обеспечивает главный принцип измерений – их единство. Однако известно, что точность положения пунктов геодезической сети, отстоящих существенно от осевого меридиана, значительно искажается в проекции UTM или Гаусса-Крюгера. Кроме того, определение координат в смежных областях зон довольно трудоемко. Эти проблемные вопросы во многом снимаются с применением предлагаемой методики использования топоцентрических координат.

Существуют разные решения данной проблемы [51, 63, 60]. Предлагаемый способ заключается в преобразовании спутниковых определений в локальную топоцентрическую горизонтальную систему координат (Local topocentric coordinate system), в которой проводится уравнивание

тахеометрических измерений. Надо заметить, что речь идет о топоцентрических координатах или проекции на горизонтальную плоскость геоцентрических координат, имеющей центральную точку с нормалью к центру массы Земли. Подобный подход в настоящее время используется в ряде стран, где остро стоит вопрос о сгущении геодезических сетей, например Вьетнам, Саудовская Аравия, Иран и др. страны. Во Вьетнаме и других странах было проведено несколько исследовательских работ [90, 93, 106]. В настоящей главе рассматривается алгоритм вычислительной процедуры.

Локальная топоцентрическая прямоугольная горизонтальная система получается поступательным переносом начала геоцентрической системы к точке  $O_1$ , находящейся на земной поверхности (см. рисунок 2.1). Таким образом, мы получаем топоцентрическую систему (плоская система прямоугольных координат на топоцентрической поверхности, далее по тексту топоцентрическая система) с осями, параллельными соответствующим осям геоцентрической системы. На основе этой системы координат, строим топоцентрическую систему по правилу левой руки.  $O_1$  – начало системы координат.  $O_z$  совпадает с нормалью, проходящей через  $O_1$  (зенитное направление). Ось  $O_x$  направлена по осевому меридиану (положение на север). Ось  $O_y$  перпендикулярна осям  $O_x$  и  $O_z$ . В некоторых документах вместо  $(x, y, z)$  приняты обозначения  $(N, E, U)$  [51, 61, 60, 68, 106].

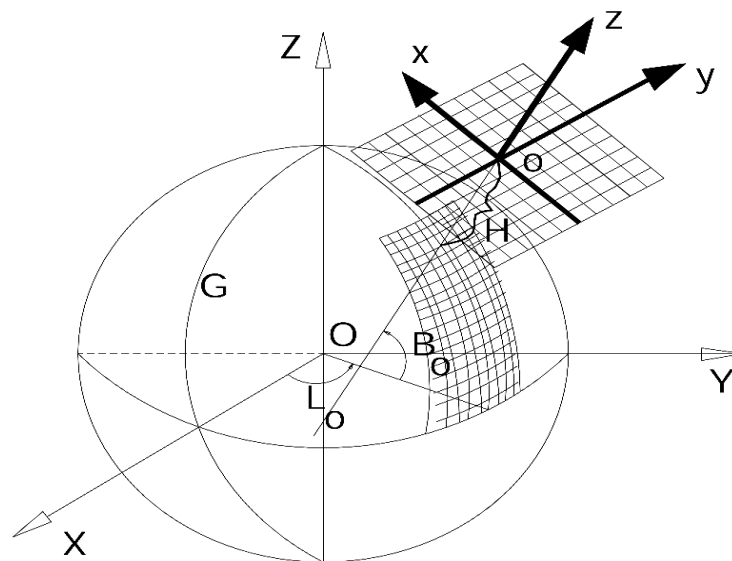


Рисунок 2.1 – Топоцентрическая система координат

Таким образом, топоцентрическая система координат является результатом преобразования (проецирования) геоцентрической системы координат. При этом значения измерений ГНСС в топоцентрической системе искажаются незначительно, а направление оси  $O_z$  очень близко к отвесному направлению.

Преобразование координат из геоцентрической системы в локальную топоцентрическую систему возможно из выражения [22, 49, 67, 69, 70]:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R^T \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

где  $(x \ y \ z)^T$  – координаты в топоцентрической системе;  $(X \ Y \ Z)^T$  – координаты в геоцентрической системе;  $(X_0 \ Y_0 \ Z_0)^T$  – координаты в геоцентрической системе пункта референцной сети;  $B_0, L_0$  – геодезические координаты пункта референцной сети;  $R$  – матрица преобразования (разворота)

$$R^T = \begin{bmatrix} -\sin B_0 \cos L_0 & -\sin B_0 \sin L_0 & \cos B_0 \\ -\sin L_0 & \cos L_0 & 0 \\ \cos B_0 \cos L_0 & \cos B_0 \sin L_0 & \sin B_0 \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

Из (2.2) мы видим, что  $(x, y)$  не зависят от их геодезической высоты.

Контрольной точкой будет являться начало сети в локальной топоцентрической системе координат. Эта точка может быть выбрана таким образом, чтобы она совпала с конкретной точкой сети или с точкой, координаты которой совпадают с координатами центра тяжести рассматриваемой поверхности, а также совпала с точкой, высота которой равна средней высоте всех точек сети. Это позволяет варьировать расположением топоцентрической поверхности для достижения оптимальности при решении конкретной задачи.

По формуле (2.1) можем вычислить приращения  $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ , характеризующие отклонения геоцентрической системы от топоцентрической:

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = R^T \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Тогда, ковариационная матрица  $M'$  в локальной топоцентрической системе вычисляется по следующей формуле:

$$M' = R^T M R, \quad (2.4)$$

где  $M$  – ковариационная матрица в геоцентрической прямоугольной системе.

$$M = \begin{bmatrix} V(X_i X_j) & COV(X_i Y_j) & COV(X_i Z_j) \\ COV(Y_i X_j) & V(Y_i Y_j) & COV(Y_i Z_j) \\ COV(Z_i X_j) & COV(Z_i Y_j) & V(Z_i Z_j) \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

Вычисление  $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$  и ковариационной матрицы выполняется по формулам (2.3) и (2.4). После этого необходим контроль вычислений.

## **2.2 Методика преобразования координат из геоцентрической системы на плоскую топоцентрическую систему**

В данном разделе рассмотрены вопросы выбора проекции для объекта строительства и выполнен сравнительный анализ результатов спутниковых наблюдений с наземными, выполненными с применением тахеометров.

Как известно, при решении различных задач геодезии, таких как создание опорных геодезических сетей, топографическая съемка, выносы проекта в натуру и т.п. чаще всего используют плоские прямоугольные координаты  $(x, y)$ , определенные в местной или государственной системе координат, а также нормальную высоту  $H^{\prime}$ . Для определения высот выполняют геометрическое и тригонометрическое нивелирование, плановые же координаты можно определить различными методами: традиционными геодезическими (триангуляция, трилатерация, полигонометрия, геодезические засечки), картометрическими, фотограмметрическими и спутниковыми методами. Последние в настоящее время приобретают все большую популярность во Вьетнаме. Использование глобальных навигационных спутниковых систем подразумевает определение положения точек на поверхности Земли в



пространственной прямоугольной геоцентрической системе координат  $(X, Y, Z)$ . Однако геодезические и картографические работы во Вьетнаме принято выполнять в государственной референцной системе координат VN-2000, основанной на поперечно-цилиндрической проекции Меркатора UTM на эллипсоиде WGS-84 с началом в пункте N00 на территории Института кадастра в Ханое. Следствием этого является сложный многоэтапный процесс преобразования координат из одной системы в другую, который сопровождается снижением точности результатов спутниковых наблюдений на различных территориях Вьетнама. Использование же преобразования геоцентрической системы координат в локальную топоцентрическую систему координат при применении ГНСС-технологий имеет гораздо более простые алгоритмы, позволяющие точно определять положения точки на земной поверхности без снижения точности.

Используемый в настоящее время на территории Вьетнама порядок преобразования из системы координат WGS-84 в местную систему координат схематически показан на рисунке 2.2:

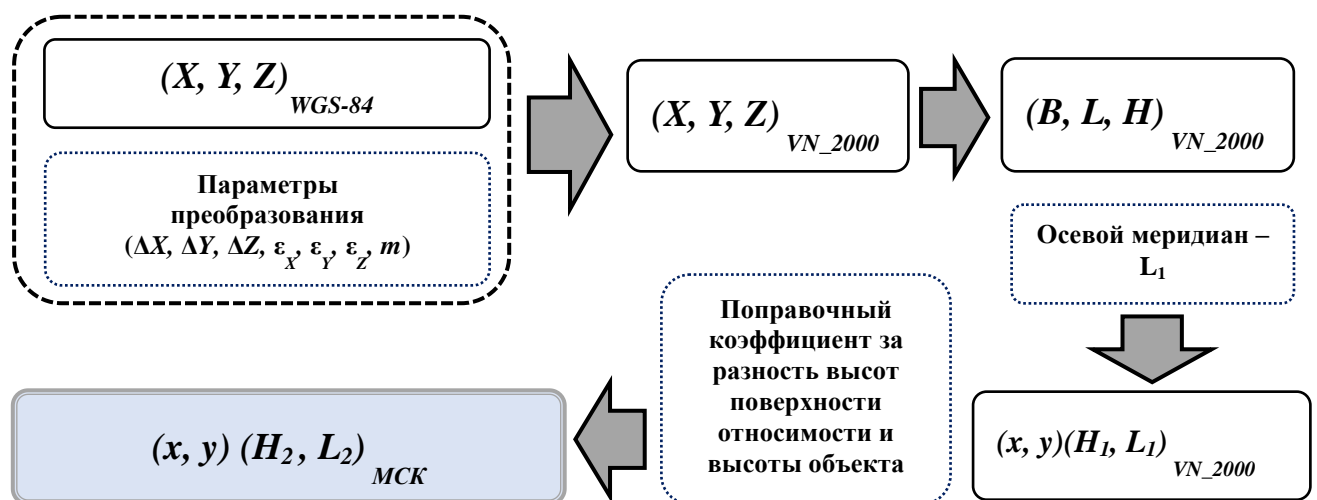


Рисунок 2.2 – Схема традиционного алгоритма преобразования координат из геоцентрической системы в местную систему в проекции UTM

На рисунке 2.2:

-  $(X, Y, Z)_{WGS-84}$  – пространственные прямоугольные координаты пунктов в геоцентрической системе координат WGS-84, полученные по данным спутниковых измерений;

-  $(X, Y, Z)_{VN-2000}$  – пространственные прямоугольные координаты пунктов в геоцентрической системе координат VN-2000, полученные по данным спутниковых измерений с использованием 7 параметров преобразования;

-  $(B, L, H)_{VN-2000}$  – геодезические координаты пунктов в системе координат VN-2000;

-  $(X, Y) (H_1, L_1)_{VN-2000}$  – плоские прямоугольные координаты пунктов в государственной системе координат VN-2000 (проекция UTM),  $L_1$  – осевой меридиан (центральный меридиан),  $H_1$  – высота поверхности относимости (обычно  $H_1 = 0$ );

-  $(X, Y) (H_2, L_2)_{МСК}$  – преобразованные плоские прямоугольные координаты в местной системе координат (локальная плоская система координат строительной площадки),  $L_2$  – осевой меридиан, проходящий через объект строительства,  $H_2$  – высота референцной поверхности (объекта строительства) (обычно  $H_2$  – средняя высота строительной площадки).

Алгоритмы преобразования пространственных координат пункта в плоские прямоугольные, а затем в местную систему, показаны в работах [20, 21, 27, 25, 26, 29, 34, 49, 61, 60, 67, 98]. Особое внимание при этом уделяется подбору поправочного коэффициента за разность высот поверхности относимости и высоты объекта [96, 98]. Принцип преобразования схематически представлен на рисунке 2.3.

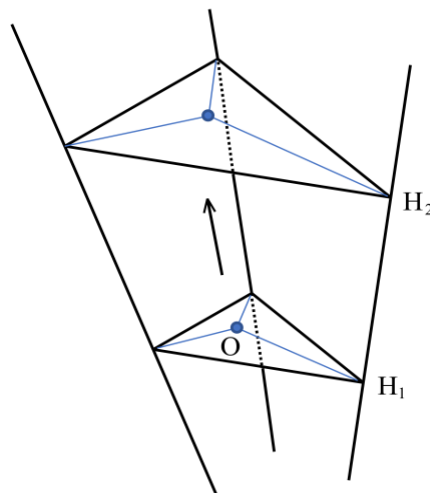


Рисунок 2.3 – Схема преобразования координат с учетом разности высот референцных поверхностей

Предположим, что  $(x_l, y_l)$  – множество плоских координат, определенных на референционной поверхности с высотой  $H_1$ . Следует вычислить координаты на референционной поверхности с высотой  $H_2$ . Порядок преобразований следующий:

– вычисление координат центральной точки  $x_0, y_0$  на поверхности  $H_1$ :

$$x_0 = \frac{1}{n} \sum_1^n x_i ; y_0 = \frac{1}{n} \sum_1^n y_i \quad (2.6)$$

– вычисление расстояния и азимута от центральной точки до всех точек сети, обозначаемые  $S_{i0}$  и  $\alpha_{i0}$ .

$$S_{i0} = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} ; \quad \alpha_{i0} = \arctg \frac{y_i - y_0}{x_i - x_0} \quad (2.7)$$

– вычисление коэффициента искажения длины линий за разность высот поверхностей по формуле:

$$k = \frac{R + H_2}{R + H_1}, \quad (2.8)$$

где  $R$  – средний радиус Земли ( $R= 6370$  км).

– вычисление координат на поверхности  $H_2$  по формуле:

$$\left. \begin{aligned} x_{i2} &= x_0 + k \cdot S_{i0} \cos \alpha_{i0} \\ y_{i2} &= y_0 + k \cdot S_{i0} \sin \alpha_{i0} \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

Как видно, процесс преобразования в плоскую систему координат включает в себя значение геодезической высоты  $H$ . Коэффициент  $k$  сложно подбирается, поскольку в строительстве принято использовать нормальные высоты, а в формулах используются геодезические высоты, что в дополнительной мере снижает точность и без того многоступенчатого преобразования. Исходя из этого, необходимо разработать способ преобразования, в котором не участвовали бы геодезические высоты. Тогда точность преобразования координат соответствовала бы требованиям создания опорной инженерно-геодезической сети для строительства с использованием спутниковых технологий позиционирования. Решение такой задачи – это применение алгоритма на основе перехода к топоцентрической системе координат.

В локальной топоцентрической системе координат направление оси  $Z$  является нормалью к поверхности эллипсоида. Подбор параметров преобразования можно осуществить, совместив нормаль с отвесной линией. Кроме того, высоту исходного пункта  $P_0$  в топоцентрической системе можно выбрать любую (относительно близко расположенную к земной поверхности). Если отметка пункта  $P_0$  является средней высотой объекта строительства, то плоскость системы координат  $xP_0y$  – локальная топоцентрическая система координат в точке  $P_0$ . Координаты  $x, y$  в этой системе координат находятся в плоскости координат строительства. В этом случае порядок преобразования определяется по схеме, представленной на рисунке 2.4:

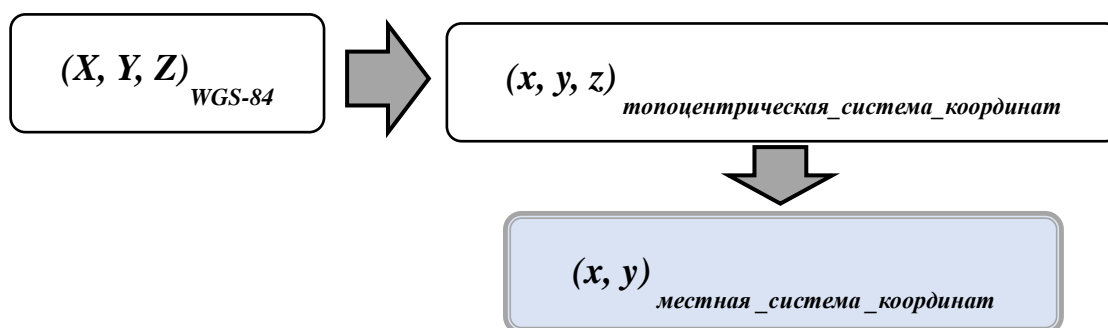


Рисунок 2.4 – Схема преобразования координат WGS-84 в местную через топоцентрическую систему координат

Преобразование выполняется в несколько этапов:

**Этап 1.** Для пунктов опорной инженерно-геодезической сети для строительства определяют пространственные прямоугольные координаты  $(X, Y, Z)$  с использованием ГНСС-технологий, которые преобразуют в геодезические координаты  $(B, L, H)$ . Подробный алгоритм представлен в работах [60, 73, 98].

**Этап 2.** Выполняется преобразование координат пунктов ГНСС-измерений из геоцентрической системы координат в локальную топоцентрическую систему координат по формуле [31, 35, 51, 61]:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin B_0 \cos L_0 & -\sin B_0 \sin L_0 & \cos B_0 \\ -\sin L_0 & \cos L_0 & 0 \\ \cos B_0 \cos L_0 & \cos B_0 \sin L_0 & \sin B_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X - (N_0 + H_0) \cos B_0 \cdot \cos L_0 \\ Y - (N_0 + H_0) \cos B_0 \cdot \sin L_0 \\ Z - [N_0(1 - e^2) + H_0] \sin B_0 \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

где:

- $(x, y, z)$  – координаты точки преобразования в топоцентрической системе координат;
- $(X, Y, Z)$  – пространственные прямоугольные координаты пунктов в геоцентрической системе координат точки преобразования;
- $(B_0, L_0, H_0)$  – геодезические координаты центральной точки сетки (или начало топоцентрической системы координат);
- $N_0$  – радиус кривизны первого вертикала, проходящего через начало топоцентрической системы координат;
- $a, b$  – большая полуось и малая полуось эллипсоида WGS-84.

**Этап 3:** По координатам исходных пунктов сети, для которых известны координаты в местной системе координат  $(x', y')$ , вычисляют параметры преобразования в топоцентрическую систему с использованием формул Гельмерта. Координаты пунктов сети, на которых были выполнены ГНСС-измерения, и преобразованные в топоцентрическую систему координат, совмещаются с локальной системой координат, используемой для проектирования и выполнения геодезических работ при строительстве [25, 96].

Далее, используя вычисленные параметры преобразования, производится пересчет координат остальных пунктов в местную систему координат строительства.

### **2.3 Определение размеров локальной топоцентрической поверхности, отвечающих точности решаемой задаче**

При использовании локальной топоцентрической системы координат для уравнивания ГНСС-сети коротких линий, используемых в геодезии, мы можем выбрать референтную точку в пространстве, определяемую тремя геодезическими координатами -  $B_G, L_G, H_G$ . Далее возможно определение матрицы вращения  $R$  для вычисления координат в топоцентрической системе координат.

Выбор референсной плоскости весьма важен. На этой поверхности создается плоская система координат  $x, y$  (или  $N, E$ ), которая используется

непосредственно при строительстве. Таким образом, мы можем построить локальную пространственную систему координат, в которой базовая плоскость близка к средней горизонтальной плоскости строительства. Это очень важно особенно при строительстве объектов с небольшой площадью, расположенных в гористой местности.

При использовании горизонтальной топоцентрической системы координат необходимо акцентировать внимание на степени искажения длины линии при преобразовании. Результаты такой оценки являются основой для установления (определения) предела размеров использующейся горизонтальной топоцентрической поверхности. При этом, если значение искажения составляет менее 20% от случайного измерения погрешности, то его можно игнорировать.

Если выбрать точку на референсной поверхности с геодезической координатой  $B_G, L_G$ , то матрица вращения  $R$  определяется следующим образом:

$$R = \begin{bmatrix} -\sin B_G \cos L_G & -\sin L_G & \cos B_G \cos L_G \\ -\sin B_G \sin L_G & \cos L_G & \cos B_G \sin L_G \\ \cos B_G & 0 & \sin B_G \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

Если выбрать точку, находящуюся на поверхности эллипсоида ( $H_G = 0$ ), то топоцентрическая горизонтальная плоскость находится в контакте с поверхностью эллипсоида в контрольной точке (рисунок 2.5 а). Если выбрать точку с высотой  $H_G$  ( $H_G > 0$ ), то топоцентрическая плоскость не находится в контакте с поверхностью эллипсоида в контрольной точке (рисунок 2.5 б и рисунок 2.5 с).

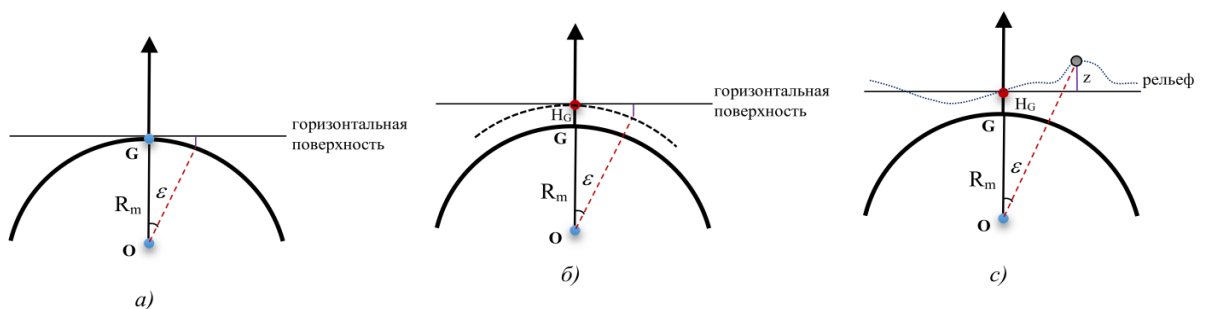


Рисунок 2.5 – Схемы к выбору расположения локальной топоцентрической поверхности

При переводе геоцентрических координат на плоские под влиянием кривизны Земли неизбежны искажения. В этой связи определим, какого размера должен быть участок земной поверхности, чтобы его можно было считать плоским.

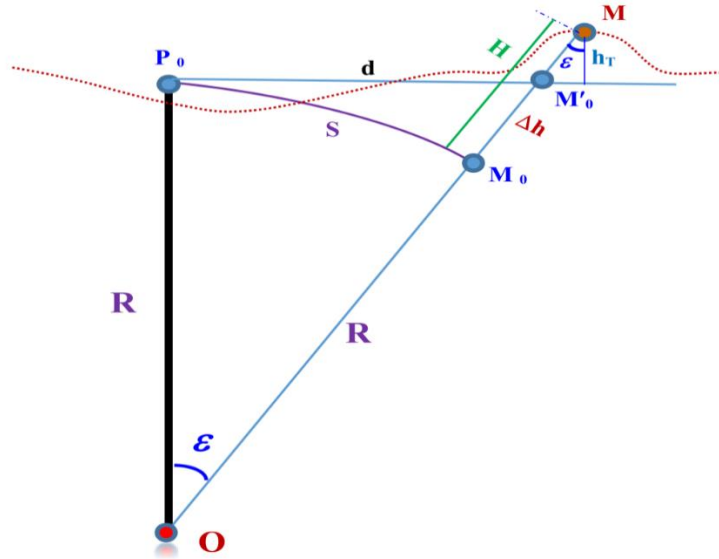


Рисунок 2.6 – К определению влияния кривизны Земли на точность определения высот

Примем форму Земли за шар с радиусом  $R$  (рисунок 2.6). Сравним длину дуги  $P_0M_0 = S$  с длиной касательной  $P_0M'_0 = d$ . Получим  $d = R \cdot \operatorname{tg} \varepsilon$  и  $S = R \cdot \varepsilon$ . Обозначим разность  $(d - S)$  через  $\Delta d$ , тогда:

$$\Delta d = R(\operatorname{tg} \varepsilon - \varepsilon) \quad (2.12)$$

Так как величина  $\varepsilon$  мала, то можно принять

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \varepsilon + \frac{\varepsilon^3}{3} + \dots \quad (2.13)$$

Ограничимся первыми двумя членами этого ряда с убывающей зависимостью из-за малости следующих членов, тогда

$$\Delta d = R \frac{\varepsilon^3}{3} = R \frac{\varepsilon^3}{3} = \frac{S^3}{3R^2} \approx \frac{d^3}{3R^2} \quad (2.14)$$

Когда высота  $H_G$  не слишком велика, соотношение  $(\delta d / d)$  в формуле (2.14) отвечает точности сопоставления или измерения. Для оценки длины в общем случае имеем:

$$\frac{\delta d}{d} = \frac{1}{T} \geq \frac{d^2}{3.R^2} \Rightarrow d \leq \sqrt{3}.R\sqrt{\frac{1}{T}} \quad (2.15)$$

Точность измерений электронным тахеометром линий менее 1 км составляет около  $1:T = 1:200\,000$ . Тогда, условный радиус ( $L$ ) некой поверхности, приближенной к земной поверхности на указанную ошибку измерения, должно удовлетворять следующему неравенству:

$$L \leq \sqrt{3}.R\sqrt{\frac{1}{1000000}} = \frac{\sqrt{3}.R}{1000} \quad (2.16)$$

Подставив в формулу средний радиус Земли  $R = 6\,370$  км,  $L \sim \mathbf{11,03}$  км. Таким образом, в локальной топоцентрической системе координат участка с радиусом  $L \sim \mathbf{11}$  км можно считать практически без искажений отражающих геоцентрические координаты.

Определим величину  $\Delta h$ , выражающую влияние кривизны Земли на точность определения высот точек земной поверхности. Из прямоугольного треугольника  $OP_0M'_0$ .

$$d^2 = (R + \Delta h)^2 - R^2 = 2R.\Delta h + \Delta h^2 \quad (2.17)$$

Откуда:

$$\Delta h = \frac{d^2}{2R + \Delta h} \quad (2.18)$$

Поскольку величина  $\Delta h$  мала по сравнению с радиусом  $R$  Земли, то

$$\Delta h = \frac{d^2}{2.R} \quad (2.19)$$

Вводя различные значения измеряемой линии  $d$ , получим следующие значения  $\Delta h$ :

$d$ , м	100	300	500	1000
$\Delta h$ , см	0,1	0,8	2,1	8,3

При возведении строительных конструкций погрешности высотных измерений и построении в среднем не должны превышать 1-2 мм, поэтому влияние кривизны Земли при определении высот должно учитываться всегда.



## Исследование искажения длины в топоцентрической проекции

Чтобы исследовать искажение длины в топоцентрической проекции с поверхности эллипсоида на топоцентрическую горизонтальную плоскость, необходимо сравнить расстояние между двумя точками на поверхности эллипсоида и соответствующее ему расстояние на топоцентрической поверхности.

Предположим, что точка  $i$  имеет пространственные прямоугольные координаты  $(X_i, Y_i, Z_i)$  и геодезические координаты  $(B_i, L_i, H_i)$  ( $i = 1, n$ ). По этим координатам при пересчете будем определять координаты точек в топоцентрической системе координат  $(x_i, y_i, z_i)$  по формуле [74, 73]:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R^T \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

где  $(x \ y \ z)^T$  – координаты в топоцентрической системе;  $(X \ Y \ Z)^T$  – координаты в геоцентрической системе;  $(X_0 \ Y_0 \ Z_0)^T$  – координаты в геоцентрической системе с началом в пункте с геодезическими координатами  $(B_0, L_0)$ ;  $R$  – матрица преобразования (разворота).

На топоцентрической поверхности расстояние от точки  $i$  до начала системы координат рассчитывается по формуле:

$$D_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \quad (2.21)$$

На поверхности эллипсоида это расстояние является длиной геодезической линии от координат  $(B_i, L_i)$  до исходного пункта с координатами  $(B_0, L_0)$  по формуле (2.22) для коротких расстояний. Соответственно, длина геодезической линии рассчитывается по формуле:

$$S_i = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad (2.22)$$

где:

$$P = l \cos B_m N_m \left[ 1 + \frac{b^2 - (l \sin B_m)^2}{24} \right], \quad Q = b M_m \left[ 1 - \frac{2l^2 + (l \sin B_m)^2}{24} \right]$$

$$B_0 = \frac{\sum^n B_i}{n}; L_0 = \frac{\sum^n L_i}{n}; H_0 = \frac{\sum^n H_i}{n}, b = \frac{B_i - B_0}{\rho''}; l = \frac{L_i - L_0}{\rho''};$$

$$B_m = \frac{B_i + B_0}{2}; N_m = \frac{c}{\sqrt{1 + \eta_m^2}}; M_m = \frac{N_m}{1 + \eta_m^2}; \eta_m^2 = e^2 \cos^2 B_m$$

$c$  - радиус полюса.

Значение искажения рассчитывается из выражения:  $\Delta S_i = D_i - S_i$ .

Масштабный коэффициент искажения вычисляем из соотношения:

$$\lambda = 1/T = \Delta S_i / D_i.$$

### Пример преобразования геоцентрических координат в местную посредством топоцентрических координат

Данный алгоритм был реализован для опорной сети из 9 пунктов IV класса при строительстве в округе Кишон, провинции Хоа-бинь (Вьетнам). Размер площадки для строительства  $\sim 2 \times 4$  км (рисунок 2.7). Пункты 117401, 117486, 117497 – исходные, соответствуют III классу точности.

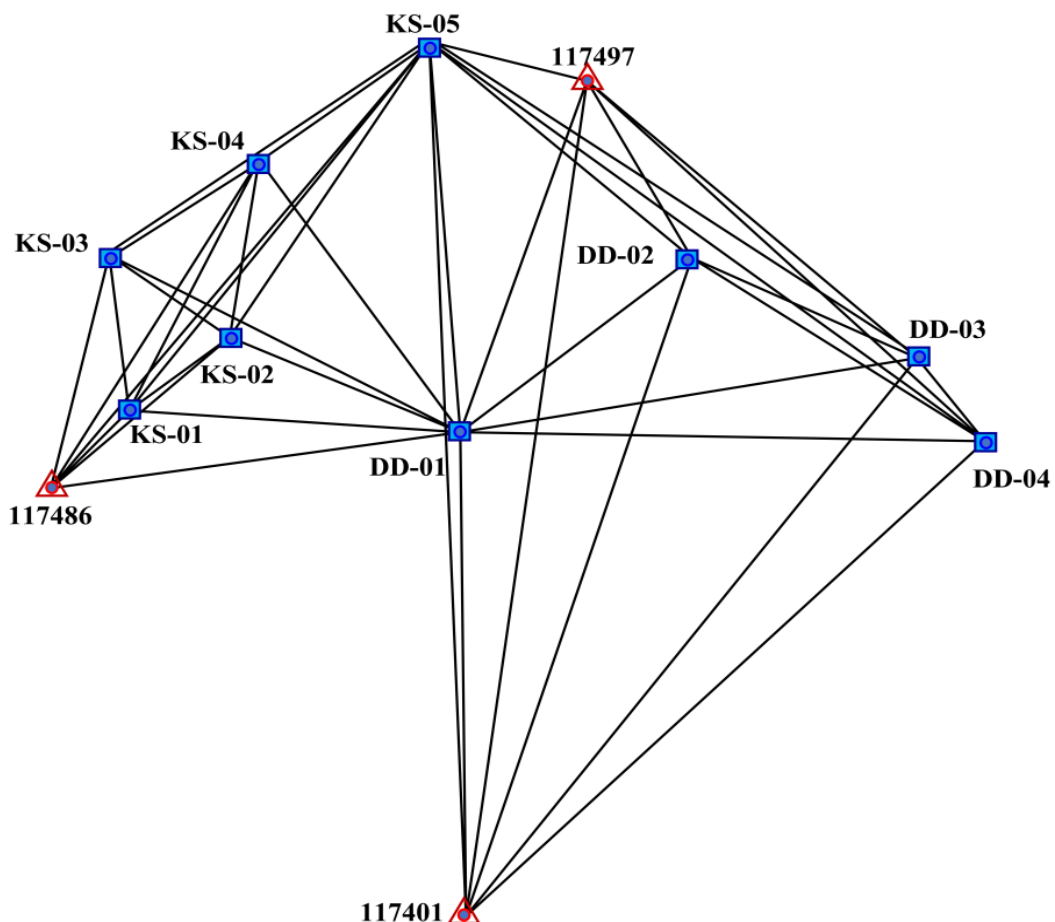


Рисунок 2.7 – Схема геодезической сети

Координаты пунктов определены в проекции Гаусса - Крюгера для 18 зоны с осевым меридианом  $105^\circ$ , затем преобразованы в систему координат VN-2000 с центральным меридианом  $105^\circ 45'$ . Объект строительства имеет долготу  $106^\circ 22' 03''$ . При удалении более 60 км от осевого меридиана плоские прямоугольные координаты будут иметь значительные искажения, не приемлемые для строительства. Для проверки искажения длин линий с помощью тахеометра Leica TC-1700 (точность измерения углов  $m_\beta = 2''$ , точности измерения линий  $m_S = 3 + 1 \text{ ppm}$ ) выполнено измерение отдельных линий в сети на рисунке 2.7. Результаты сопоставления результатов измерений длин линий тахеометром Leica TC-1700 с длинами, вычисленными из спутниковых наблюдений, представлены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Сравнение длин линий в спутниковой сети IV класса с измерениями тахеометром

№	Линия		Длины в СК VN-2000, $L_0=105^\circ 45'$ (спутниковые наблюдения) (м)	Длины, измеренные тахеометром (м)	Разности (мм)
1	DD-01	DD-02	1240.343	1240.281	-62
2	DD-01	KS-02	1036.028	1035.978	-50
3	DD-02	DD-03	1025.747	1025.701	-46
4	DD-03	DD-04	474.875	474.853	-22
5	DD-05	KS-04	882.286	882.243	-43
6	KS-01	KS-03	729.272	729.242	-30
7	KS-02	KS-03	620.909	620.880	-29
8	KS-02	KS-04	835.105	835.066	-39
9	KS-03	KS-04	751.104	751.073	-31

Из таблицы видно, что расхождения в результатах измерений тахеометром и вычисленных из спутниковых наблюдений довольно велики (от 22 до 62 мм). Относительная ошибка колеблется от  $1/30\ 000$  до  $1/20\ 000$ , что не удовлетворяет требованиям при строительстве ( $1/200\ 000$ ). Поэтому преобразование координат выполнялось в проекции Гаусса-Крюгера с осевым меридианом  $106^\circ 20'$ ,  $H_0 = 0$  м.

Результаты преобразования следующие (таблица 2.2):

Таблица 2.2 – Результаты преобразования к центральному меридиану  $L = 106^{\circ}20'$ 

№	Имя	Геодезические координаты ( $B, L$ ) ( $^{\circ}'''$ )	Высота (м)	Плоские прямоугольные координаты (VN-2000, $L_0 = 105^{\circ}45'$ )	Плоские прямоугольные координаты (проекция Гаусса $L_0 = 106^{\circ}20'$ )
1	117401	20 51 13.302	1.439	2307043.331	2306920.100
		106 22 6.091		564355.459	503645.191
2	117486	20 52 18.472	1.401	2309041.354	2308924.116
		106 21 8.107		562671.627	501968.698
3	117497	20 53 19.865	7.840	2310937.876	2310812.639
		106 22 23.590		564846.300	504150.130
4	DD-01	20 52 26.667	3.096	2309299.708	2309176.431
		106 22 5.595		564332.457	503630.372
5	DD-02	20 52 52.936	4.753	2310111.293	2309984.566
		106 22 38.152		565270.422	504571.227
6	DD-03	20 52 37.682	4.702	2309645.706	2309515.690
		106 23 9.708		566184.417	505483.478
7	DD-04	20 52 25.056	4.909	2309258.470	2309127.480
		106 23 19.164		566459.290	505756.929
8	DD-05	20 53 25.883	4.827	2311120.518	2310997.592
		106 22 1.492		564206.871	503511.401
9	KS-01	20 52 30.232	1.776	2309404.234	2309285.827
		106 21 19.113		562988.414	502286.784
10	KS-02	20 52 41.271	1.557	2309745.294	2309625.385
		106 21 33.297		563397.146	502696.730
11	KS-03	20 52 53.812	2.060	2310129.183	2310011.023
		106 21 16.465		562909.133	502210.138
12	KS-04	20 53 8.132	2.875	2310571.915	2310451.529
		106 21 37.514		563515.884	502818.462

Теперь приведем выкладки для перехода в топоцентрическую систему. За начало топоцентрической системы координат принята центральная точка сети на рисунке 2.7. Её координаты:  $B = 20^{\circ}52'39.44287''$ ;  $L = 106^{\circ}22'3.19113''$ ;  $H = 35.1068$  м. Результаты представлены в таблице 2.3 и таблице 2.4:

Таблица 2.3 – Координаты точек в геоцентрической и геодезической системах координат

Имя	Геоцентрическая система координат			Геодезическая система координат		
	X	Y	Z	B	L	H
117401	-1680437.83	5721301.26	2256317.25	20 51 13.302	106 22 6.091	33.167
117486	-1678628.45	5721088.40	2258190.11	20 52 18.472	106 21 8.107	33.051
117497	-1680533.98	5719833.82	2259956.54	20 53 19.865	106 22 23.590	39.497

## Продолжение таблицы 2.3

DD-01	-1680198.05	5720535.71	2258426.22	20 52 26.667	106 22 5.595	34.777
DD-02	-1681020.22	5719995.69	2259181.67	20 52 52.936	106 22 38.152	36.436
DD-03	-1681942.46	5719898.84	2258743.32	20 52 37.682	106 23 9.708	36.415
DD-04	-1682243.78	5719954.67	2258380.59	20 52 25.056	106 23 19.164	36.634
DD-05	-1679901.78	5719947.79	2260128.39	20 53 25.883	106 22 1.492	36.466
KS-01	-1678897.52	5720875.51	2258528.17	20 52 30.232	106 21 19.113	33.425
KS-02	-1679256.80	5720643.76	2258845.31	20 52 41.271	106 21 33.297	33.209
KS-03	-1678751.37	5720649.31	2259205.86	20 52 53.812	106 21 16.465	33.693
KS-04	-1679291.13	5720328.06	2259617.64	20 53 8.132	106 21 37.514	34.511

Таблица 2.4 – Топоцентрические координаты

№	Имя	Топоцентрические координаты		
		x	y	z
1	117401	-2649.25	83.8336	-2.4935
2	117486	-644.87	-1592.24	-2.2873
3	117497	1243.2	589.6037	4.2411
4	DD-01	-392.908	69.4946	-0.3419
5	DD-02	415.0315	1010.527	1.236
6	DD-03	-54.0412	1922.683	1.0178
7	DD-04	-442.311	2196.053	1.1339
8	DD-05	1428.289	-49.0899	1.1985
9	KS-01	-283.225	-1274.08	-1.8153
10	KS-02	56.2479	-864.056	-1.9569
11	KS-03	441.9919	-1350.57	-1.5717
12	KS-04	882.3699	-742.149	-0.7004

По координатам в топоцентрической системе были вычислены расстояния между точками сети. Расстояние между двумя точками в топоцентрической системе определяется по формуле:

$$S_{12} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}, \quad (2.23)$$

где  $(x_1, y_1, z_1)$  и  $(x_2, y_2, z_2)$  – координаты двух точек в топоцентрической системе.

После преобразований было выполнено сравнение между некоторыми длинами линий в топоцентрической системе и длинами линий в проекции Гаусса-Крюгера, а также расстояниями, измеренными тахеометром (таблица 2.5).

Таблица 2.5 – Сравнение длин линий

Линия		Длина линии $S$ в проекции Гаусса $L_0$ $=106^{\circ}20'$	Длина линии $S$ в топоцен- трической системе координат	Длина линии $S$ , измеренная тахео- метром	Разности $d$ (мм)		Знаменатель относительной ошибки $T = \frac{S\sqrt{2}}{ d }$	
					Гаусса и тахеомер	Топоцен- трическая - тахеомер	В проекции Гаусса $L_0$ $=106^{\circ}20'$	В топоцен- трической системе
DD-01	DD-02	1240.278	1240.286	1240.281	-3	5	584600	350800
DD-01	KS-02	1035.976	1035.983	1035.978	-2	5	732500	293000
DD-02	DD-03	1025.693	1025.699	1025.701	-8	-2	181300	725200
DD-03	DD-04	474.850	474.852	474.853	-3	-1	223800	671500
DD-05	KS-04	882.241	882.248	882.243	-2	5	623800	249500
KS-01	KS-03	729.235	729.239	729.242	-7	-3	147300	343700
KS-02	KS-03	620.877	620.882	620.880	-3	2	292600	439000
KS-02	KS-04	835.064	835.069	835.066	-2	3	590400	393600
KS-03	KS-04	751.068	751.072	751.073	-5	-1	212400	1062000

Результаты, приведенные в таблице 2.5, показывают, что длины линий после преобразования в топоцентрическую систему, длины линий в проекции Гаусса-Крюгера и длины, измеренные тахеометром, отвечают требуемой точности и примерно равны  $(\frac{1}{200000})$ . При использовании локальной топоцентрической системы координат достигаются минимальные искажения длин линий в опорной инженерно-геодезической сети при производстве измерений спутниковыми методами..

Таким образом, при использовании преобразования координат из геоцентрической в топоцентрическую систему важны следующие требования.

1. Обеспечение точного преобразования ГНСС-измерений в местную систему для создания опорной геодезической сети при строительстве за счет точного определения параметров трансформации.

2. Введение поправок за приведение линии к уровню моря и к эллипсоиду уменьшает искажение измеренной длины на поверхности Земли после

обработки данных, что соответствует требуемой точности при производстве инженерно-геодезических работ.

Схемы преобразований, представленные на рисунке 2.2 и рисунке 2.4 могут быть использованы для преобразования координат из геоцентрической системы координат в плоскую местную систему координат, применяемую в строительстве. Преобразование координат пунктов спутниковых наблюдений в топоцентрическую систему координат имеет простую процедуру пересчета за счет уменьшения количества промежуточных этапов, что приводит к повышению точности вычисления координат по сравнению с традиционным для Вьетнама переходом через систему координат VN-2000.

### **Вычисление искажений длины линии в топоцентрической проекции**

С помощью формул (2.21, 2.22) был выполнен расчет искажений длин спутниковой геодезической сети на строительном объекте во Вьетнаме. При вычислении сравнивались расстояния от пунктов создаваемой сети до исходного пункта в топоцентрической системе с расстояниями на поверхности эллипсоида. В качестве такого пункта был выбран геометрический центр сети на рисунке 2.7. Вычисленные результаты представлены в таблице 2.6.

Таблица 2.6 – Результаты расчета искажений длин на различных поверхностях

№	Номер пункта	Расстояние на топоцентрической поверхности (м)	Расстояние на поверхности эллипсоида (м)	Разности (м)	Относительная ошибка (1/Т)
1	117401	2650.5794	2650.5647	0.0146	1/181546
2	117486	1717.8743	1717.8648	0.0094	1/182752
3	117497	1375.9272	1375.9196	0.0076	1/181042
4	DD-01	399.006	399.0038	0.0022	1/181365
5	DD-02	1092.4356	1092.4295	0.0060	1/182072
6	DD-03	1923.4418	1923.4312	0.0106	1/181456
7	DD-04	2240.1534	2240.1411	0.0123	1/182125
8	DD-05	1429.1318	1429.1239	0.0079	1/180902
9	KS-01	1305.1782	1305.171	0.0072	1/181274
10	KS-02	865.8854	865.8806	0.0048	1/180392
11	KS-03	1421.0543	1421.0465	0.0078	1/182185
12	KS-04	1152.9795	1152.9732	0.0064	1/180152

Из вышеизложенного можно сделать вывод, что применение топоцентрических прямоугольных координат при создании геодезических сетей для строительства инженерных сооружений имеет ряд преимуществ по сравнению с плоскими прямоугольными системами координат. Преобразование в топоцентрические координаты (по результатам спутниковых наблюдений) осуществляется сравнительно просто. Искажения длин при переходе на топоцентрическую поверхность с условным началом системы координат на строительной площадке минимальны. При совмещении условной поверхности для отсчета высоты с условным началом топоцентрической системы координат исключается необходимость редуцирования результатов измерений на референц-эллипсоид, а затем на плоскость. Это в свою очередь не отражается на точности уравнивания после перехода от геоцентрических к топоцентрическим прямоугольным координатам.

## 2.4 Уравнивание геодезической сети в топоцентрической системе координат

В локальной топоцентрической системе уравнивание сетей, вычисленных по ГНСС-технологии, выполняется следующим образом [29, 30, 51]:

составим уравнения ошибок.

$$\begin{aligned} v_{\Delta X_{ij}} &= -dx_i + dx_j + (x_j^0 - x_i^0 - \Delta x_{ij}) \\ v_{\Delta Y_{ij}} &= -dy_i + dy_j + (y_j^0 - y_i^0 - \Delta y_{ij}) \\ v_{\Delta Z_{ij}} &= -dz_i + dz_j + (z_j^0 - z_i^0 - \Delta z_{ij}) \end{aligned} \quad (2.24)$$

где:  $(v_{\Delta X}, v_{\Delta Y}, v_{\Delta Z})$  – поправки параметров координат;  $(dx, dy, dz)$  – поправки определённых координат;  $(x^0, y^0, z^0)$  – приближённые значения координат.

Таким образом, имеется  $3n$  уравнений типа (2.24) ( $n$  – количество базовых линий), содержащих  $3m$  неизвестных ( $m$  – количество определенных точек).

Уравнивание ГНСС-сетей выполняется, начиная с точки, совпадающей с началом локальной топоцентрической системы. Это одна из причин, по которой мы выбираем начало таким образом, чтобы оно совпало с конкретной точкой сети. Эта точка имеет координаты  $x, y$ , определяемые в государственной



системе. Тем не менее, мы по-прежнему выполняем уравнивание ГНСС-сетей в локальной топоцентрической системе.

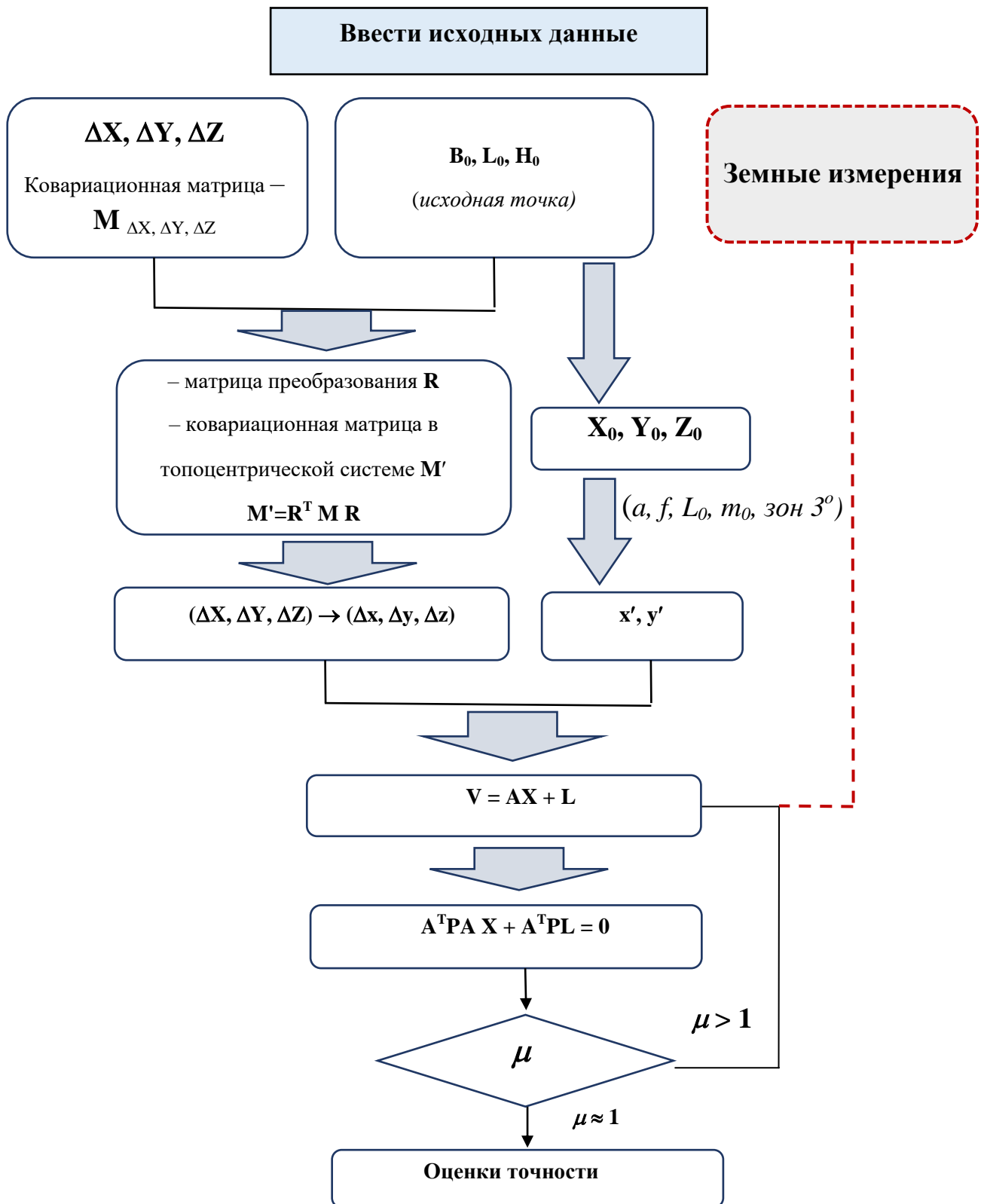


Рисунок 2.9 – Схема уравнивания ГНСС-сетей в топоцентрической системе

Систему уравнений (2.24) переписем в матричной форме:

$$V = AX + L \quad (2.25)$$

Составление системы нормальных уравнений:

$$NX + b = 0, \quad (2.26)$$

где :

$$N = A^T P A \quad (2.27)$$

$$b = A^T P L \quad (2.28)$$

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & P_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & P_n \end{bmatrix}, \quad (2.29)$$

где  $P$  – блочная матрица по диагонали;  $P_i$  – обратная матрица ковариационной матрицы  $M_i'$  (3x3):

$$P_i = M_i'^{-1}. \quad (2.30)$$

Решая системы нормальных уравнений, получаем:

$$X = -N^{-1}b. \quad (2.31)$$

### Оценка точности координат и эллипс ошибок

Последовательно вычислим средние квадратические ошибки. Средняя квадратическая ошибка единицы веса:

$$\mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{3n - 3m}}. \quad (2.32)$$

Средняя квадратическая ошибка положения пункта

$$m_{P_i} = \mu \sqrt{Q_{XX}^i + Q_{YY}^i + Q_{ZZ}^i}, \quad (2.33)$$

где  $Q_{xx}^i, Q_{yy}^i, Q_{zz}^i$  – диагональные элементы матрицы  $Q = N^{-1}$  в соответствующей точке  $i$ .

Средняя квадратическая ошибка функции весов:

$$m_F = \mu \sqrt{Q_{FF}}; Q_{FF} = F^T Q F. \quad (2.34)$$

Средняя квадратическая ошибка компонентов координат в топоцентрической системе координат

$$m_x = \mu\sqrt{Q_{XX}}, m_y = \mu\sqrt{Q_{YY}}, m_z = \mu\sqrt{Q_{ZZ}}. \quad (2.35)$$

Средняя квадратическая ошибка плоскости положения пункта

$$m = \mu\sqrt{Q_{XX} + Q_{YY}}. \quad (2.36)$$

В каждой точке сети определяется эллипс ошибок, где большая полуось  $A$  – это направление с наибольшей ошибкой, а маленькая полуось  $B$  – это направление с наименьшей ошибкой (эти два направления перпендикулярны друг другу).

Азимут по большей полуоси обозначается  $\alpha_0$  и называется основным направлением.

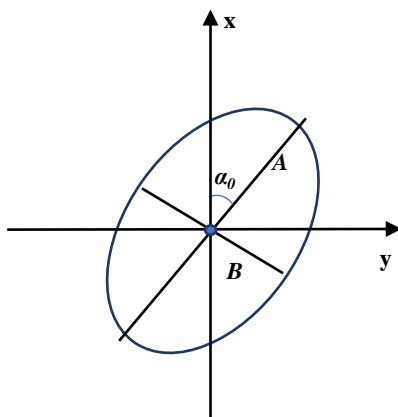


Рисунок 2.8 – Схема к определению эллипса ошибок

Большая полуось ( $A$ ) и маленькая полуось ( $B$ ) вычисляются следующим образом:

$$A = \mu\sqrt{\frac{Q_{XX} + Q_{YY} + K}{2}}; B = \mu\sqrt{\frac{Q_{XX} + Q_{YY} - K}{2}}, \quad (2.37)$$

где

$$K = \sqrt{(Q_{XX} - Q_{YY})^2 + 4Q_{XY}^2}.$$

Угол  $\alpha_0$  определяется по формуле:

$$\tan(2\alpha_0) = \frac{2Q_{XY}}{Q_{XX} - Q_{YY}} \quad (2.38)$$

Мы знаем, что поправки, полученные при уравнивании ГНСС-сетей с использованием координат  $(x, y, z)$  у одной исходной точки, точно совпадают с

результатами уравниваний свободных ГНСС-сетей без базовой точки.

Горизонтальные углы можно уравнивать вместе с ГНСС-сетью. В нескольких случаях уравнение горизонтальных углов относится только к координатам  $x$ ,  $y$ . Вертикальные измерения также могут уравниваться вместе с ГНСС-сетью. В этом случае уравнение поправок вертикальных углов будет связано с  $x$ ,  $y$ , и  $z$ .

### Пример уравнивания ГНСС-сетей в топоцентрической системе

Исходя из теоретических представлений, изложенных выше, проведено преобразование координат и уравнивание ГНСС-сетей применительно к объекту цементный завод Бут-шон (Вьетнам). Сеть создана в 2016 году с использованием четырех односторонних приемников GPS Trimble R-3. Сеть включает в себя 9 точек и 19 базовых линий. Сетевая схема показана на рисунке 2.10.

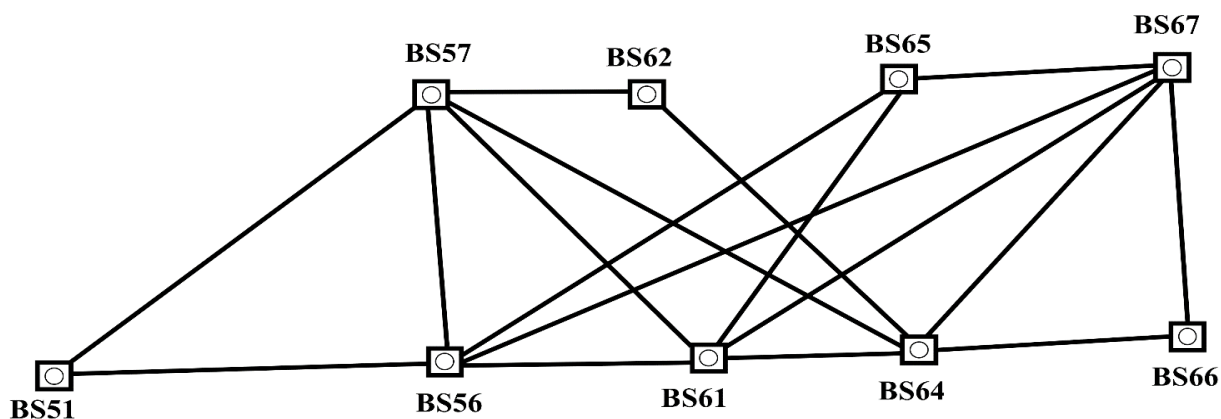


Рисунок 2. 10 – Схема ГНСС - сети цементного завода Бут-шон (Вьетнам)

Вычисление выполняется в несколько этапов:

а) Приведение значений  $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$  к локальной топоцентрической системе.

Из файла результата решения получаем  $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ , их ковариационную матрицу  $M$  и геодезические координаты  $(B_0, L_0)$  точки, принятой за начало системы координат.

В нашем случае точка BS62 представляет собой начало (исходный пункт).

Её геодезические координаты:

$$B_0 = 20^{\circ} 31' 50'' 36214, L_0 = 105^{\circ} 52' 0'' 75151, H_0 = 9.738\text{м.}$$

Преобразование из геодезической системы координат в прямоугольную геоцентрическую систему координат:

$$X_0 = -1633719.823\text{м}, \quad Y_0 = 5747828.023\text{м}, \quad Z_0 = 2222811.129\text{м.}$$

Для получения координат точки в локальной топоцентрической системе необходимо преобразовать координаты  $B_0, L_0$  точки BS62 в прямоугольную систему координат по проекции UTM, эллипсоид WGS-84, осевой меридиан  $L_0=105^{\circ}45'$ , зона 3<sup>0</sup>:

$$x' = 2270888.925\text{м}; y' = 512184.998\text{м.}$$

Координаты  $(x, y)$  и высота  $H$  точки BS62 определены как исходные  $(x, y, z)$  для уравниваний в локальной топоцентрической системе:

$$(x, y, z)^T = (x', y', H_0)^T = (2270888.925, 512184.998, 9.738)^T.$$

Матрица вращения вычисляется по формуле (2.2), преобразование координат точек и ковариационная матрица вычисляются по (2.3) и (2.4).

Матрица вращения  $R$  с координатами пункта референции сети  $(B_0, L_0)$ :

$$R^T = \begin{bmatrix} -\sin B_0 \cos L_0 & -\sin B_0 \sin L_0 & \cos B_0 \\ -\sin L_0 & \cos L_0 & 0 \\ \cos B_0 \cos L_0 & \cos B_0 \sin L_0 & \sin B_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.095881 & -0.337304 & 0.936500 \\ -0.961893 & -0.273426 & 0 \\ -0.256063 & 0.900813 & 0.350667 \end{bmatrix}$$

Результаты преобразования из геоцентрической системы координат в локальную топоцентрическую систему представлены в таблице 2.7.

Таблица 2.7 – Приращения координат в геоцентрической системе координат и в топоцентрической системе координат

№	Линия	Измерения в геоцентрической системе			Измерения в топоцентрической системе		
		$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta z$
1	BS51-BS57	151.667	-20.951	166.356	177.400	-140.160	0.637
2	BS5 -BS57	128.785	39.477	-1.981	-2.824	-134.670	1.892
3	BS56-BS51	-22.880	60.436	-168.330	-180.220	5.485	1.264
4	BS56-BS61	8.687	-41.833	112.434	120.238	3.081	-0.476
5	BS61-BS57	120.093	81.318	-114.420	-123.070	-137.750	2.376
6	BS57-BS62	12.223	-32.717	92.969	99.273	-2.812	0.004
7	BS61-BS62	132.315	48.603	-21.449	-23.796	-140.560	2.382
8	BS64-BS57	106.787	112.522	-205.260	-219.940	-133.480	2.033

## Продолжение таблицы 2.7

9	BS64-BS51	-44.869	133.440	-371.630	-397.340	6.677	1.358
10	BS64-BS61	-13.306	31.204	-90.840	-96.873	4.268	-0.343
11	BS64-BS66	16.805	-40.977	117.188	125.180	-4.961	-0.116
12	BS64-BS62	119.009	79.808	-112.290	-120.670	-136.290	2.040
13	BS64-BS67	149.473	0.461	113.560	120.524	-143.900	1.971
14	BS65-BS61	-146.640	-11.057	-85.750	-90.634	144.075	-2.488
15	BS65-BS56	-155.330	30.770	-198.190	-210.870	140.996	-2.019
16	BS66-BS67	132.671	41.444	-3.624	-4.654	-138.950	2.093
17	BS67-BS61	-162.780	30.743	-204.400	-217.400	148.171	-2.315
18	BS67-BS56	-171.470	72.578	-316.840	-337.640	145.089	-1.838
19	BS67-BS65	-16.137	41.799	-118.660	-126.770	4.094	0.171

Используя координаты исходной точки BS62 и приращения координат в локальной топоцентрической системе, можно вычислить приближенные координаты остальных точек сети. Приближенные координаты показаны в таблице 2.8

Таблица 2.8 – Приближенные координаты точек

Имя	$x^0$ (м)	$y^0$ (м)	$z^0$ (м)	Имя	$x^0$ (м)	$y^0$ (м)	$z^0$ (м)
BS51	2270612.252	512327.970	9.097	BS64	2271009.594	512321.292	7.698
BS56	2270792.483	512322.479	7.832	BS65	2271003.355	512181.485	9.844
BS57	2270789.652	512187.810	9.734	BS66	2271134.774	512316.331	7.582
BS61	2270912.721	512325.560	7.356	BS67	2271130.12	512177.384	9.675

## б) Уравнивание ГНСС-сетей в локальной топоцентрической системе.

После вычисления приближенных координат точек по координатам исходной точки составляем уравнения поправок по формуле (2.25), систему нормальных уравнений по формуле (2.26) и решаем полученную систему уравнений.

После первого уравнивания получили результат со значением СКО ( $\mu$ ) = 2.56. После вторичного уравнивания и после деления всех элементов матриц весов на  $\mu^2=6.5536$ , получили  $\mu = 1.00$ . Результаты уравнивания показаны в таблице 2.9.

Таблица 2.9 – Координаты точек после уравниваний и их ошибки

№	Имя	Координат			m <sub>x</sub> (м)	m <sub>y</sub> (м)	m <sub>z</sub> (м)	m <sub>p</sub> (м)
		x'	y'	z'				
1	BS51	2270612.255	512327.968	9.090	0.002	0.002	0.005	0.006
2	BS56	2270792.480	512322.479	7.833	0.001	0.001	0.004	0.004
3	BS57	2270789.652	512187.809	9.731	0.001	0.001	0.003	0.004
4	BS61	2270912.721	512325.560	7.356	0.001	0.001	0.003	0.003
5	BS64	2271009.594	512321.292	7.700	0.001	0.001	0.003	0.003
6	BS65	2271003.354	512181.484	9.846	0.001	0.002	0.004	0.005
7	BS66	2271134.774	512316.332	7.583	0.001	0.001	0.004	0.005
8	BS67	2271130.120	512177.388	9.673	0.001	0.001	0.003	0.004
9	BS62	2270888.725	512184.998	9.738	0	0	0	0

В результате получили:

Относительное среднее отклонение наиболее слабой стороны:

BS61-BS64: 1/ 69202

Азимутальное среднее отклонение наиболее слабой стороны:

BS65-BS67: 3"3.

Точка с наибольшим отклонением – BS51, со значением среднего отклонения

$m_p = \pm 0.006$  м.

Приведенный алгоритм демонстрирует удобства применения топоцентрических координат.

## 2.5 Использование топоцентрических координат как альтернативы проекции Гаусса-Крюгера в строительстве

Как известно, при решении различных задач геодезии, таких как создание опорных геодезических сетей, топографическая съемка, выносы проекта в натуру и т.п. чаще всего используют плоские прямоугольные координаты  $X, Y$ , определенные в местной или государственной системе координат, а также нормальную высоту  $H^y$  (или  $h$ ). Использование ГНСС в различных сферах инженерии набирает большую популярность во Вьетнаме. Спутниковый метод подразумевает определение положения точек на поверхности Земли в пространственной прямоугольной геоцентрической системе координат  $X, Y, Z$ .

Однако геодезические и картографические работы во Вьетнаме принято выполнять в местной системе плоских прямоугольных координат VN-2000 (согласно приказу № 83/2000 / QD-TTg от 12 июля 2000 года премьер-министра) в поперечно-цилиндрической проекции Меркатора UTM на эллипсоиде WGS-84 с началом в пункте N00 на территории Института кадастра в Ханое. Для кадастровых исследований и картографических работ в сфере землеустройства по всей стране в приказе также регламентируется принимать центральный меридиан с проекцией UTM 3° для провинций Вьетнама.

Проекция Гаусса-Крюгера и UTM являются цилиндрическими. Координаты на референц-эллипсоиде вычисляем следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} x_{UTM} &= m_0 x_{\text{Гаусс}} \\ y_{UTM} &= m_0 y_{\text{Гаусс}} \\ S_{UTM} &= m_0 S_{\text{Гаусс}} \end{aligned} \right\}, \quad (2.39)$$

где  $m_0$  – коэффициент искажения длины линии на центральном меридиане проекции UTM.

В 1-ой главе показано, что поправка к длине линии на проекционной поверхности в проекции UTM на плоскости вычисляется по формуле:

$$\Delta S_{UTM} = \left( m_0 - 1 + \frac{y_m^2}{2R_m^2} \right) S', \quad (2.40)$$

где:  $S'$  – длина линии на эллипсоиде;  $y_m$  – среднее значение начальной и конечной абсцисс точки линии  $S$ .

Откуда:

$$\frac{\Delta S_{UTM}}{S'} = \left( m_0 - 1 + \frac{y_m^2}{2R_m^2} \right). \quad (2.41)$$

Как видно, при  $m_0 = 1$  приведенные выше формулы полностью совпадают с проекцией Гаусса-Крюгера.

Из формулы (2.41) можно рассчитать пределы площади, удовлетворяющие относительным искажениям не превышающей  $1/T$ .

$$y_{\max} = R_m \sqrt{\frac{2}{m_0} \left( 1 - m_0 + \frac{1}{T} \right)}; \quad y_{\min} = R_m \sqrt{\frac{2}{m_0} \left( 1 - m_0 - \frac{1}{T} \right)}. \quad (2.42)$$



При проекции UTM, зоны в  $3^\circ$ ,  $m_0 = 0.9999$ , относительное искажение  $1/T = 1/200\,000$ , то  $y_{max} = 92.3$  км и  $y_{min} = 87.8$  км. Следовательно, площадь с деформацией менее  $1/200\,000$  составляет всего 4,5 км (см. рисунок 2.11)

При проекции UTM, зон в  $6^\circ$ ,  $m_0 = 0.9996$ , относительное искажение  $1/T = 1/200\,000$ , то  $y_{max} = 181.3$  км и  $y_{min} = 179.1$  км. Площадь с деформацией менее  $1/200\,000$  составит всего 2,25 км (см. рисунок 2.12)

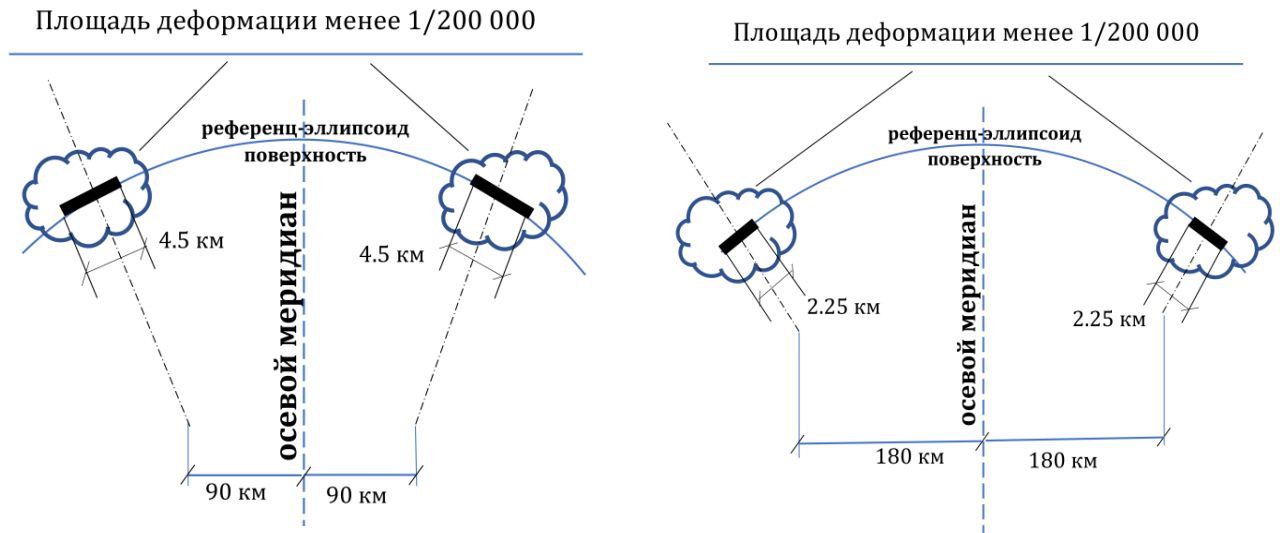


Рисунок 2.11 – Проекция UTM, зона  $3^\circ$       Рисунок 2.12 – Проекция UTM, зона  $6^\circ$

Теперь покажем на примере провинции Тхань-хоа. Провинция расположена на широте  $19^\circ 40'$ , ее ширина около 200 км от  $104^\circ 25'$  до широты  $106^\circ 05'$ . Согласно правилам [86], центральный меридиан равен  $L_0 = 105^\circ$  (UTM-зона  $3^\circ$ ). Положение центрального меридиана  $L_0$  показан на рисунке 2.13.

Согласно приведенному выше расчету, только узкая полоса шириной 4,5 км удовлетворяет заданной точности. В 90 км от центрального меридиана длина искажения линий также менее  $1/200\,000$  (см. рисунок 2.13). Однако только правая сторона зоны покрывает провинцию Тхань-хоа (Вьетнам), левая принадлежит Лаосской Народно-Демократической Республике. Все области, не охваченные двумя узкими полосами, подвержены вариации длины проекции UTM, превышающей  $1/200\,000$ . Если площади застройки расположены справа от меридиана  $L_0$  ( $L_0 = 105^\circ$ , в районах Куан-хоа, Ланг-чань), тогда искажения составляют  $1/10\,000$ . Эти искажения очень велики для строительства и превышают требование стандарта 309: 2004 – TCVN (Вьетнам) [88]. Очевидно,



### **Рекомендации по использованию топоцентрических координат**

После проведенного анализа и расчетов можно сказать, что топоцентрические координаты можно весьма эффективно использовать как альтернативу проекции Гаусса-Крюгера в строительстве для условий:

1. На объектах строительства (в радиусе **11 км**) в качестве системы координат может использоваться топоцентрическая система координат с начальной точкой вблизи центра здания (со средней высотой точек) для создания геодезической основы. Эта система координат не подходит при строительстве протяженных объектов, например, дорог с расстояниями более **11 км**.

2. Топоцентрическая система координат может устанавливается на этапе создания крупномасштабных топографических карт для обслуживания проектирования, выполнения строительства, измерения деформаций оснований фундаментов строящихся зданий и сооружений. Преобразование из геоцентрической системы координат в топоцентрическую систему координат рассчитывается с использованием приведенного выше алгоритма.

3. В локальной топоцентрической системе координат можно считать плоскими участки с радиусом  $L$ , который составляет **11 км**. Для неровной местности (наклон до 0.275) условный радиус должен быть уменьшен до **9 км**.

4. Определение нормальных высот точек сети в топоцентрической системе координат возможно путем построения модели Квазигеида или определения нормальных высот по данным спутниковых определений с учётом уклонений отвесной линии. Ориентирование топоповерхности различным образом возможно, что показано в настоящей главе и будет показано на практических примерах в следующей главе.

### **2.6 Выводы по второй главе**

На основании приведенных результатов можно сказать, что топоцентрическая система координат имеет преимущество по сравнению с плоской проекцией цилиндрических координат (зональная проекция Гаусса-Крюгера). Алгоритм их определения показывает на более простую и удобную

взаимосвязь геоцентрических координат с плоскими прямоугольными. Но главное использование топоцентрических координат эффективно с точки зрения большей точности и возможности контроля вычислений. При конкретных расчетах при создании геодезической основы для строительства зданий и сооружений применение топоцентрических координат с использованием ГНСС-технологии фактически автоматически определяется сравнительная оценка с традиционным подходом, что гарантирует эффективное применение.

Расстояния между точками при уравнивании ГНСС-сетей в локальной топоцентрической прямоугольной горизонтальной системе, можно сказать, не искажаются относительно поверхности эллипсоида. Контрольные точки следует принимать такие, которые располагаются ближе к центру топоцентрической поверхности, где искажения весьма чувствительно отражаются на ее периферийные области.

Уравнивание ГНСС-сетей в локальной топоцентрической системе подобно тому, как это производится в плоской прямоугольной системе координат.

В локальной топоцентрической системе координат нормальные высоты вычисляются по геоцентрическим координатам, получаемым в результате спутниковых определений.

Алгоритм уравнивания ГНСС-сетей легко программируется и может быть эффективно реализован для разбивочных сетей с небольшими длинами сторон, которые используются при строительстве различных объектов.

По результатам исследований сформулировано научное положение: при изысканиях и строительстве геодезические сети, как правило, создают с использованием спутниковой технологии, при этом опорную сеть следует проецировать на топоцентрическую плоскость, что дает преимущество по точности и в плане, и по отметкам относительно проекции Гаусса-Крюгера, величина которого зависит от расположения участка строительства относительно осевого меридиана зоны.

### **ГЛАВА 3 ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НОРМАЛЬНЫХ ВЫСОТ ПО ДАННЫМ СПУТНИКОВЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ ПРИ СОЗДАНИИ ОПОРНОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ ДЛЯ ИЗЫСКАНИЙ И СТРОИТЕЛЬСТВА**

В предыдущей главе приведено обоснование использования топоцентрических координат при создании геодезической основы для строительства. Для разработки методики ее использования следует рассмотреть вопрос о высотах. Высотные определения с помощью ГНСС-технологии возможны и в определенной степени надежности хорошо совместимы с геометрическим нивелированием. Такой подход может быть реализован в различных сложных условиях, например, метеорологических, в гористой болотистой местности, при различных препятствиях и т.д, что делает его привлекательным. Кроме того, даже без результатов наземного геометрического нивелирования только при помощи ГНСС измерений мы можем определить высоту любой точки при условии наличия модели квазигеоида с необходимой точностью. В этой связи актуальной задачей является определение высот с помощью ГНСС технологии с минимальным использованием результатов нивелировочных работ. При наличии модели квазигеоида мы можем определить высоту любой точки даже без результатов нивелирных измерений, опираясь только на ГНСС измерения.

Существуют различные глобальные модели геоида EGM2008, EIGEN-6C4, GECO, ГАО-2012. Наиболее высокую степень разложения геопотенциала (2190-степень) имеет модель национального агентства геопространственных исследований Министерства обороны США (National Geospatial-Intelligence Agency - NGA) EGM2008 с размерами сетки 1x1 или 2,5x2,5 минуты. За счет высокой детальности именно EGM2008 получила широкое распространение в производстве. Однако в горных районах необходимо уточнение данной модели, поскольку в некоторых случаях результат, полученный по результатам спутникового нивелирования с применением модели аномалий высот не совпадает с результатами более надежного геометрического нивелирования.

В этой главе приводятся порядок и результаты исследований по разработке алгоритма вычисления нормальных высот по массиву данных измерений во Вьетнаме. При этом использовалась модель геоида EGM2008. Приведено сравнение результатов исследований: при использовании глобальной модели геоида EGM2008 и высот, определенных по данным ГНСС-измерений, и геометрического нивелирования. Вычислены ошибки определения нормальных высот, а также важный вопрос для строительства о передаче отметок на монтажные горизонты.

### 3.1 Построение локальной поверхности квазигеоида методом ГНСС-нивелирования

При работе с геодезическими сетями, построенными по ГНСС-технологии, мы можем использовать глобальные модели геоида/квазигеоида, такие как модели EGM96 или EGM2008, для определения аномалии высоты или высоты геоида и преобразования геодезической высоты ( $H$ ) в нормальную высоту ( $h$ ) для точек геодезической сети.

Чтобы построить локальную модель квазигеоида, более точную, чем модель EGM2008, используют набор точек ГНСС измерений с известными высотами. В результате получаем сеть под названием «ГНСС-нивелирование» [36, 47, 48, 52, 105, 107]. В этом случае построенная модель локального квазигеоида (поверхности) применима только для этой территории.

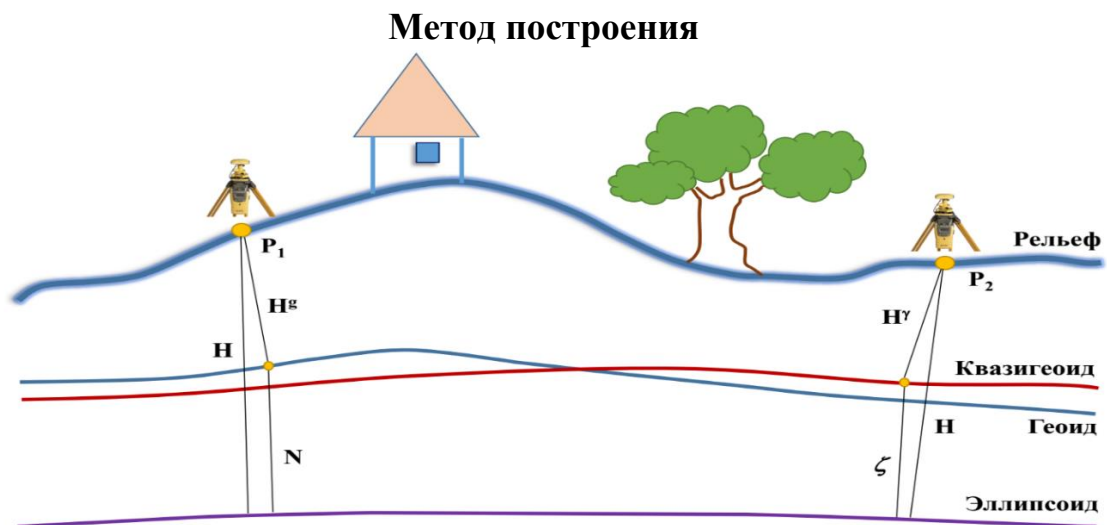


Рисунок 3.1 – Схема высот

Высоты связаны между собой выражением [28, 61, 67] (см. рисунок 3.1):

$$H = H^g + N = H^\gamma + \zeta, \quad (3.1)$$

где:  $H$  – геодезическая высота,  $H^g$  – ортометрическая (абсолютная) высота (соотносится с геоидом),  $H^\gamma$  – нормальная высота (соотносится с квазигеоидом),  $\zeta$  – аномалия высоты,  $N$  – высота геоида.

Сегодня у нас достаточно технических средств для определения аномалии высоты  $\zeta$  с высокой точностью, причем это сделать не сложно. В искомым точках необходимо определить геодезическую высоту  $H$  по технологии ГНСС и нормальную высоту по методу геометрического нивелирования. В принципе, можно интерполировать значения  $\zeta$  в неизвестных точках в соответствии со значениями в известных точках по формулам интерполяции (например, линейная функция, двусторонняя функция, Сплайн-функция и т. д.), подходящей для каждой области.

Согласно [104], в настоящее время существуют два метода построения модели аномалии высоты: остаточный и волновой. Наиболее распространенным и более понятным является остаточный метод, основанный на интерполировании аномалии высоты по данным модели EGM2008. Он имеет более высокую точность [44, 66, 76, 75, 89, 104, 107], особенно при отсутствии низкой плотности точек ГНСС-нивелирования. Остаточный метод дает лучшую модель аномалий высот в локальном масштабе (на небольшой территории). Этот метод можно рассматривать как метод корректировки модели EGM2008 в соответствии с фактическими значениями аномалий высот.

Зная точную модель аномалии высоты  $\zeta$ , мы можем преобразовать геодезическую высоту, определенную по ГНСС технологии в нормальную высоту. Для достижения этой цели нам нужна модель аномалий высот  $\zeta$  с точностью до 1 см, в случае получения соответствия с точностью нивелирования III или IV класса.

Волновой метод представляет собой построение локальной модели аномалий высот без улучшения модели EGM2008. Локальная модель аномалий высот основана на интерполяции для вычисления значения  $\zeta$  в произвольной

точке по набору точек ГНСС с известными нормальными высотами и уравнивания высот точек ГНСС-нивелирования. Волновой метод часто используется, когда мы имеем довольно большую плотность точек ГНСС измерений, в которых известны нормальные высоты.

Модель EGM2008 в настоящее время значительно улучшена, и ее можно использовать в сочетании с данными ГНСС измерений для построения локальной модели аномалий высот в особенности для территорий Вьетнама.

### **Алгоритм уравнивания, объединяющий геодезическую высоту, нормальную высоту и аномалию высоты**

Для точек сети по значениям геодезической высоты, нормальной высоты и аномалии высоты мы можем вычислить вектор отклонений  $\Delta\zeta_i$  по формуле:

$$\Delta\zeta_i = H_i - h_i - \zeta_i^{2008} = \zeta_i^{ГНСС/Нив} - \zeta_i^{2008} \quad (3.2)$$

и составить уравнения поправок для уравнивания:

$$\Delta\zeta_i = f(\phi_i, \lambda_i) + v_i = a_i^T x_i + v_i . \quad (3.3)$$

Элементы матрицы А и неизвестные, зависимые от модели параметров, выбраны для описания разницы между тремя элементами высоты. В уравнениях (3.2) и (3.3)  $H_i$ ,  $h_i$ ,  $\zeta_i^{2008}$  – соответственно, геодезическая высота, нормальная высота и аномалия высоты (полученная из модели EGM2008) – соответствуют точке  $i$ , и  $(H_i - h_i = \zeta_i^{ГНСС/Нив})$  – аномалия высоты ГНСС-нивелирования.

Для оценки точности моделей используем 5 типов моделей: включающей 4 параметра, 5 параметров, многочлен 1 степени, многочлен 2 степени и многочлен 3 степени, как показано в следующих формулах (3.4) - (3.8) ниже [40, 99, 107]:

$$a_i^T x_i = x_0 + x_1 \cos \phi_i \cos \lambda_i + x_2 \cos \phi_i \sin \lambda_i + x_3 \sin \phi_i \quad (3.4)$$

$$a_i^T x_i = x_0 + x_1 \cos \phi_i \cos \lambda_i + x_2 \cos \phi_i \sin \lambda_i + x_3 \sin \phi_i + x_4 \sin^2 \phi_i \quad (3.5)$$

$$a_i^T x_i = x_0 + x_1 \phi_i + x_2 \lambda_i \quad (3.6)$$

$$a_i^T x_i = x_0 + x_1 \phi_i + x_2 \lambda_i + x_3 \phi_i^2 + x_4 \phi_i \lambda_i + x_5 \lambda_i^2 \quad (3.7)$$

$$a_i^T x_i = x_0 + x_1 \phi_i + x_2 \lambda_i + x_3 \phi_i^2 + x_4 \phi_i \lambda_i + x_5 \lambda_i^2 + x_6 \phi_i^3 + x_7 \phi_i^2 \lambda_i + x_8 \phi_i \lambda_i^2 + x_9 \lambda_i^3 \quad (3.8)$$



$$\text{Общая форма } a_i^T x_i = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N x_q (\varphi_i - \varphi_0)^n (\lambda_i - \varphi_0)^m \cos^m \varphi_i$$

В матричной форме система уравнений измерения и ее решение записываются следующим образом:

$$L = Ax + V \quad (3.9)$$

$$\tilde{x} = -(A^T P A)^{-1} A^T P L = -(A^T A)^{-1} A^T L, \quad (3.10)$$

где  $P$  – весовая матрица (обратная матрица дисперсии – ковариационная матрица измерений). Предположим, что измерения и их соответствующие ошибки не коррелируют между высотами и между собой в одной и той же системе измерений, т.е. они независимы. С другой стороны, мы также предполагаем, что высоты измерены с одинаковой точностью, тогда весовая матрица становится единичной матрицей.

Кроме вышеприведенной модели в геодезии также широко используется еще один метод интерполяции на основе Сплайн функции [33, 40]. Сплайн-функция интерполяции обычно используется в волновом методе для построения локальной модели аномалий.

Рассмотрим оба случая с использованием и без применения глобальной модели EGM2008. Аномалия высоты точки интерполируется по точкам с применением Сплайн функции, по следующей формуле:

$$\Delta\zeta [P(x, y)] = \sum_{i=1}^n a_i r_{PP_i}^2 \ln(r_{PP_i}^2) + \tau_1 + \tau_2 x + \tau_3 y, \quad (3.11)$$

где:  $r_{PP_i} = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$ ,  $a_i$  ( $i = 1 \div n$ );  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  – искомые параметры системы уравнений:

$$\begin{bmatrix} 0 & g_{1,2} & \dots & g_{1,n} & 1 & x_1 & y_1 \\ g_{2,1} & 0 & \dots & g_{2,n} & 1 & x_2 & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{n,1} & g_{n,2} & \dots & 0 & 1 & x_n & y_n \\ \hline 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\zeta_1 \\ \Delta\zeta_2 \\ \dots \\ \Delta\zeta_n \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

где:

$$g_{i,j} = g_{j,i} = \begin{cases} r_{P_i P_j}^2 \ln(r_{P_i P_j}^2); (i \neq j) \\ 0; (i = j) \end{cases}$$

Заметим, что когда  $(x, y)$  – координаты прямоугольной системы, мы должны нормировать координаты следующим образом:

$$\begin{aligned} x' &= (x_i - x_{\min}) / r \\ y' &= (y_i - y_{\min}) / r \end{aligned} \quad (3.13)$$

Используя вышеприведенные математические модели, мы можем вычислить  $\Delta\zeta$  точек. Затем определяется нормальная высота ( $h$ ) всех точек в геодезической сети, построенной по ГНСС технологии:

$$h = H - (\zeta^{2008} + \Delta\zeta) \quad (3.14)$$

### 3.2 Построение локальной поверхности квазигеоида по данным глобальной модели EGM2008 для территории Вьетнама

Геодезическая сеть, построения по ГНСС технологии состоит из 180 точек (ГНСС-нивелирования), используемых для рассматриваемой (тестовой) территории Центрального плато Вьетнама. Измерения выполнялись двухчастотными приемниками не менее 6 часов каждый прием. Точки ГНСС-нивелирования распределяются относительно однородно по провинциям от Куанг-нам до Лам-донг, Бинь-фуок, Нинь-тхуан (таблица 3.1 и рисунок 3.2).

Таблица 3.1 – Координаты точек

№	Имя	$B(0)$	$L(0)$	$H$ (м)	$h$ (м)	$\zeta^{ГНСС/нив}$ (м)	$\zeta^{2008}$ (м)	$\Delta\zeta$ (м)
1	Ш(QK-LT)8	11.693324	107.79628	862.805	861.031	1.774	1.156	0.618
2	Ш(LT-DT)5	11.740386	107.66505	674.824	674.06	0.764	0.233	0.531
3	I(VL-НТ)181	11.748384	109.07071	25.893	20.293	5.600	4.736	0.864
4	II(BMT-DT)25	11.766317	108.36272	968.001	963.285	4.716	3.993	0.723
5	II(DL-PR)27	11.792132	108.76320	129.587	124.997	4.59	4.016	0.574
...	...	...	...	...	...	...	...	...
162	I(DN-BMT)28	15.307949	107.73007	552.322	559.686	-7.364	-8.215	0.851
163	Ш(ВНА-НД)9	15.341790	108.17678	90.384	97.62	-7.236	-7.928	0.692

Намеренно использовали не все 180 точек ГНСС-нивелирования для точного воспроизведения глобальной модели EGM2008. Для того чтобы оценить эффективность модели, мы использовали только 163 точки ( $n = 163$ ), 17 остальных точек оставили тестирования (эксперимента).

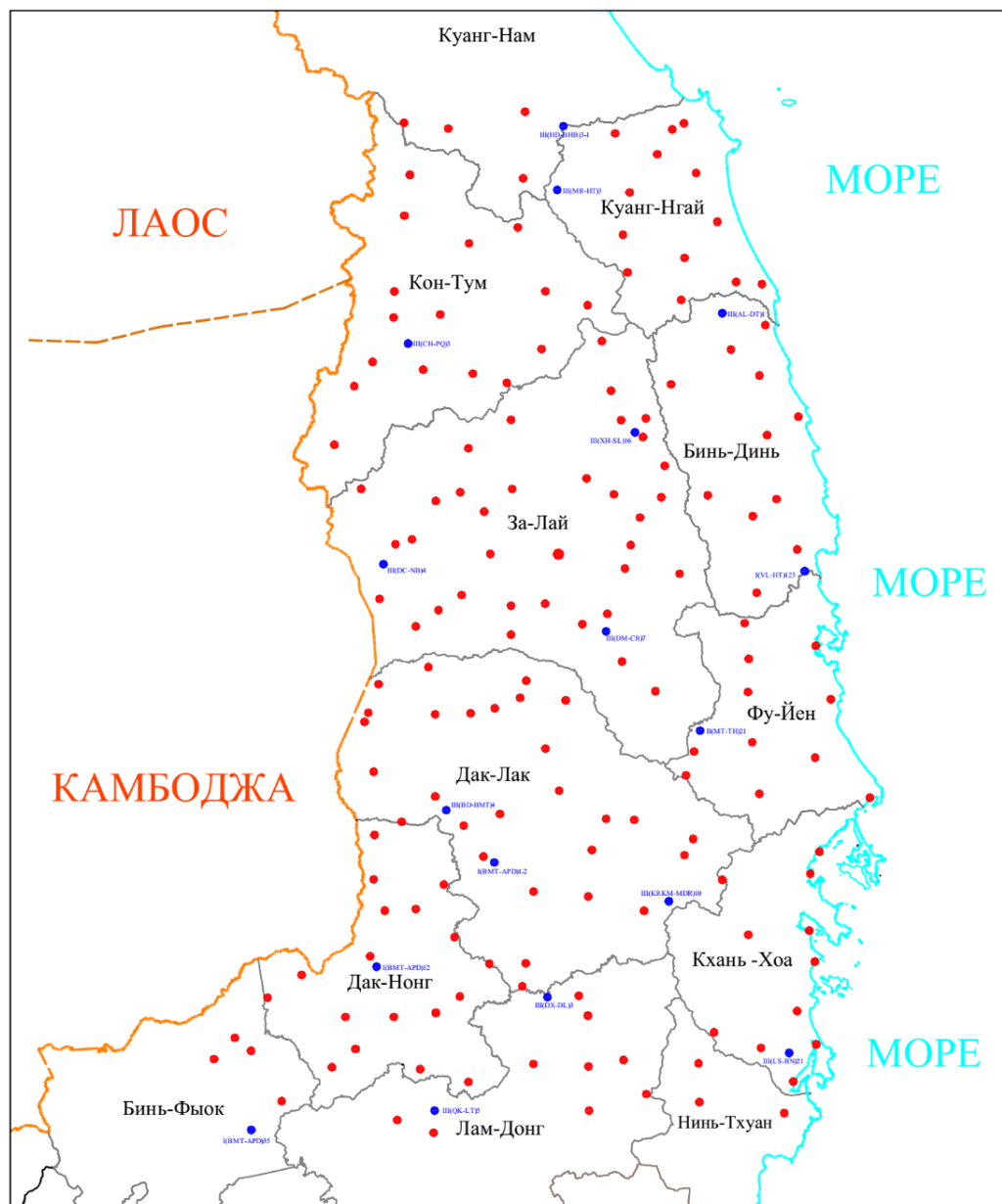


Рисунок 3.2 – Сеть ГНСС-нивелирования (Центральное плато Вьетнама)

### Процедура вычисления

Применяя базу данных, определенную глобальной моделью EGM2008, Ханс-Герд Дуенк-Керст (Hans-Gerd Duenck-Kerst) разработал программу Alltrans EGM2008 Calculator [82, 83]. Программное обеспечение Alltrans EGM2008 Calculator предназначено для расчета аномалии высоты EGM2008: с

помощью этой программы мы можем использовать базу данных, встроенную в программу, с размером окна 2.5'×2.5' для вычисления аномалии высоты, основанной на методах интерполяции. Такие методы могут быть билинейной функцией, биквадратной функцией или ближайшим соседом [89]. При помощи программы мы рассчитали аномалию высоты вышеуказанных точек сети ГНСС-нивелирования (163 точек).

Дальше мы использовали 5 вышеперечисленных моделей уравниваний, а именно: модели 4 параметров, 5 параметров, многочлен 1 степени, многочлен 2 степени и многочлен 3 степени – для точного определения аномалии высоты в соответствии с моделью EGM2008 по результатам измерения ГНСС-нивелирования. Результаты показаны на следующих рисунках и таблицах.

Таблица 3.2 – Статистические результаты отклонений аномалий ГНСС-нивелирования и модели EGM2008

Математическая модель	Мак. (м)	Мин. (м)	Средняя (м)	Средняя квадратическая погрешность (м)	Стандартное отклонение (м)
Только модель EGM2008	1.186	0.169	0.818	±0.841	±0.196
Модель 4 параметров	0.365	-0.614	0.000	±0.187	±0.187
Модель 5 параметров	0.336	-0.640	0.000	±0.186	±0.187
Модель многочлен 1 степени	0.356	-0.602	0.000	±0.193	±0.194
Модель многочлен 2 степени	0.361	-0.523	0.000	±0.178	±0.178
Модель многочлен 3 степени	0.428	-0.403	0.000	±0.143	±0.143

В таблице 3.2 средняя квадратическая погрешность (СКП) и стандартное отклонение рассчитываются по следующей формуле:

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{[\Delta_i \Delta_i]}{n}}; \sigma = \pm \sqrt{\frac{[(\Delta_i - \bar{\Delta})^2]}{n-1}}, \quad (3.15)$$

где:  $\mu$  – средняя квадратическая погрешность;  $\sigma$  – стандартное отклонение; разница вычислений до и после использования данных  $i$ -ой точки сетки ГНСС-нивелирования;  $\bar{\Delta}$  – среднее отклонение;  $n$  – количество точек.

По вышеприведенным формулам можно оценить абсолютную точность определения аномалии высоты по моделям. Следует отметить, что на этот метод значительное влияние оказывают систематические ошибки,

возникающие из-за пересчета высот. Таким образом, систематическая ошибка аномалии высоты, вычисленная в формуле (3.15), довольно велика.

Из таблицы 3.2 следует, что подходящей моделью в этом случае является модель многочлена третьей степени. На самом деле, мы также исследовали модели более высокой степени. Результаты исследования показывают, что в других моделях отклонения не уменьшаются, а в некоторых случаях даже дают результаты хуже, чем модель многочлена 3-й степени.

Ниже приведена статистическая обработка результатов:

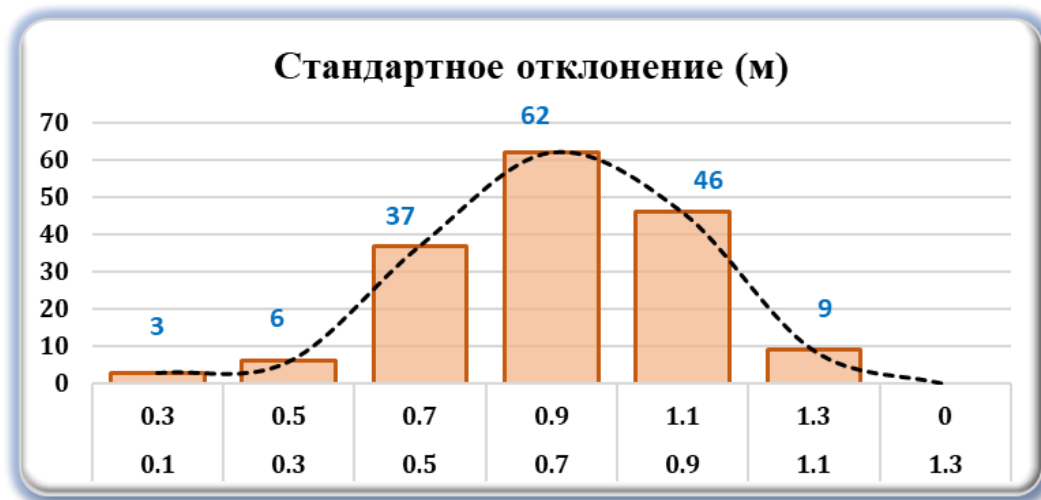


Рисунок 3.3 – Гистограмма распределения СО без использования математических моделей

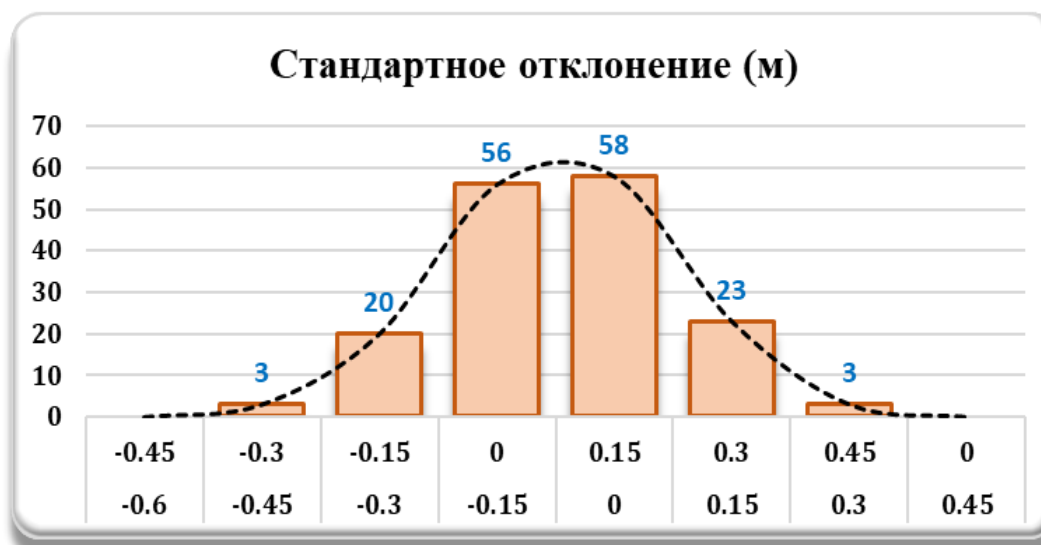


Рисунок 3.4 – Гистограмма распределения СО с использованием математической модели (многочлен 3 степени)

Основываясь на вышеупомянутой сети ГНСС-нивелирования, мы построили локальную модель аномалии высоты на рассматриваемой области волновым методом. Использована интерполяция Сплайн функцией.

В случае без использования модели EGM2008 мы используем аномалию высоты, рассчитанную по данным ГНСС-нивелирования. Применяем характеристические формулы Сплайн-функции (3.12) и (3.13). Вычислили для 163 точек аномалии высот, а затем сравнили и оценили с помощью 17 контрольных точек.

В случае использования модели EGM2008 свободный член не является непосредственно вычисляемой аномалией. Он представляет собой разность аномалий высот между значением, вычисленным по ГНСС измерениям, и аномалией, определенной по модели EGM2008 ( $l=H-h-\zeta^{2008} = \zeta^{ГНСС/Нив} - \zeta^{2008}$ ). Результаты показаны в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Результаты интерполяции с использованием Сплайн-функции ( $\zeta_{Сплайн\_1}$ ) без данных модели EGM2008 (Волновой метод)

№	Имя	$H$	$h$	$\zeta^{ГНСС/Нив} = \frac{\zeta^{ГНСС/Нив}}{H-h}$	$\zeta_{Сплайн\_1}$	$\Delta\zeta = \zeta^{ГНСС/Нив} - \zeta_{Сплайн\_1}$
1	I(BMT-APD)12	907.678	907.976	-0.298	-0.298	-0.032
2	I(BMT-APD)35	294.751	296.987	-2.236	-2.236	-0.076
3	III(QK-LT)5	899.929	898.242	1.687	1.687	-0.096
4	III(LS-BN)21	19.831	14.769	5.062	5.062	0.144
5	III(DX-DL)3	516.17	513.423	2.747	2.747	0.095
6	III(KRKM-MDR)10	492.412	488.999	3.413	3.413	-0.027
7	I(BMT-APD)1-2	431.389	431.204	0.185	0.185	-0.023
8	III(BD-BMT)4	202.474	203.931	-1.457	-1.457	0.096
9	II(MT-TH)21	127.255	126.039	1.216	1.216	-0.052
10	III(DM-CR)7	162.938	163.925	-0.987	-0.987	0.017
11	I(VL-HT)123	233.197	232.69	0.507	0.507	-0.143
12	III(DC-NB)4	304.938	309.713	-4.775	-4.775	-0.052
13	III(XH-SL)16	496.065	497.527	-1.462	-1.462	-0.016
14	III(CH-PQ)3	614.333	620.062	-5.729	-5.729	-0.002
15	III(MR-HT)3	640.588	645.737	-5.149	-5.149	-0.052
16	III(HD-BHB)3-1	156.62	163.256	-6.636	-6.636	0.011
17	III(AL-DT)1	33.897	36.866	-2.969	-2.969	0.019
					Min =	-0.143
					Max =	+0.144

где:  $\zeta^{\text{Сплайн-1}}$  – аномалия высоты интерполяции на основе Сплайн-функции без использования EMG2008;  $\zeta^{\text{ГНСС/Нив}}$  – аномалия высоты ГНСС-нивелирования;  $\zeta^{2008}$  – аномалия высоты модели EMG2008.

Таблица 3.4 – Результаты интерполяции с использованием Сплайн-функции ( $\zeta^{TN}$ ) и модели EMG2008 (Волновой метод)

№	Имя	$\zeta^{\text{ГНСС/Нив}}$	$\zeta^{2008}$	$\delta\zeta^{TN}$	$\zeta^{TN} = \zeta^{2008} + \delta\zeta^{TN}$	$\Delta\zeta = \zeta^{\text{ГНСС/Нив}} - \zeta^{TN}$
1	I(BMT-APD)12	-0.298	-1.16	0.847	-0.313	0.015
2	I(BMT-APD)35	-2.236	-2.777	0.622	-2.155	-0.081
3	III(QK-LT)5	1.687	1.043	0.645	1.688	-0.001
4	III(LS-BN)21	5.062	4.371	0.811	5.182	-0.12
5	III(DX-DL)3	2.747	1.91	0.782	2.692	0.055
6	III(KRKM-MDR)10	3.413	2.676	0.835	3.511	-0.098
7	I(BMT-APD)1-2	0.185	-0.998	1.176	0.178	0.007
8	III(BD-BMT)4	-1.457	-2.411	1.048	-1.363	-0.094
9	II(MT-TH)21	1.216	0.526	0.607	1.133	0.083
10	III(DM-CR)7	-0.987	-1.638	0.647	-0.991	0.004
11	I(VL-HT)123	0.507	-0.501	0.927	0.426	0.081
12	III(DC-NB)4	-4.775	-5.587	0.723	-4.864	0.089
13	III(XH-SL)16	-1.462	-2.386	0.899	-1.487	0.025
14	III(CH-PQ)3	-5.729	-6.072	0.409	-5.663	-0.066
15	III(MR-HT)3	-5.149	-6.129	0.893	-5.236	0.087
16	III(HD-BHB)3-1	-6.636	-7.299	0.714	-6.585	-0.051
17	III(AL-DT)1	-2.969	-3.723	0.777	-2.946	-0.023
					Min =	-0.12
					Max =	+0.089

где:  $\zeta^{TN}$  – аномалия высоты по интерполяции на основе Сплайн-функции с использованием EMG2008;  $\delta\zeta^{TN}$  – поправка аномалии высоты на основе Сплайн функции для аномалии высоты модели EMG2008.

Из таблиц 3.3 и 3.4 видно, что даже в случае, когда не используется модель EGM2008, точность метода интерполяции на основе Сплайн-функции намного лучше, чем по математическим моделям (см. таблицу 3.2). При использовании для интерполяции модели EGM2008 и Сплайн-функции получили существенное улучшение точности.

Исходя из приведенного анализа, можно заключить, что весьма целесообразно использовать Сплайн-функцию для интерполяции аномалий

высоты в точках локальной модели, при которой существенно повышается точность высотных определений.

### **Построение локальной модели квазигеоида**

#### **с использованием модели EGM 2008**

Благодаря программе *Alltrans EGM 2008 Calculator* можно извлекать (вырезать) фрагменты (локальные участки) из модели Земли EGM2008. В результате получаем прямоугольник определенного размера. Для этого необходимо определить геодезические координаты  $B$ ,  $L$  для Юго-Западного угла ( $B_1$ ,  $L_1$ ) и северо-восточного угла ( $B_2$ ,  $L_2$ ). При извлечении мы должны объявить расстояние между точками  $2,5'$  x  $2,5'$ . В результате получаем локальную модель квазигеоида, обозначенную как EGM2008\_TN. В рассматриваемой области эта модель имеет то же качество, что и глобальная модель EGM2008.

Применительно к нашим данным (163 точки в Центральном плато) имеем координаты углов: Юго-западный –  $B_1 = 11^{\circ}41'$ ,  $L_1 = 107^{\circ}00'$ ; северо-восточный –  $B_2 = 15^{\circ}21'$ ,  $L_2 = 109^{\circ}25'$ .

Размер региона  $\Delta B = 3,67^{\circ}$ ,  $\Delta L = 2,52^{\circ}$  с размером ячейки  $2,5'$  x  $2,5'$ , количество точек сетки ( $N$ ) составит 5251 шт. ( $N = 89 \times 59$ ). В каждой точке сетки ( $i$ ) имеем 3 значения: широта  $B_i$ , долгота  $L_i$  и аномалия высоты (от модели EGM2008)  $\zeta_i$  ( $i = 1, 2 \dots, 5251$ ).

Следует заметить, что в этой программе после обработки аномалий высот в точках ГНСС-нивелирования последние включают поправки и поэтому поверхность квазигеоида изменяется в соответствии с данными ГНСС измерений и нивелированием. Однако только в точках ГНСС-нивелирования модель была изменена резко, а остальные точки сетки не изменились. В этой связи для определения точных поправок для этих точек требуется метод интерполяции, который называется сглаживанием (smoothing) геоидной/квазигеоидной модели после корректировки.

Поправки Сплайн-функции, полученные по формулам (3.12, 3.13) добавляются к высоте локальной поверхности квазигеоида. Модифицированная



модель является фрагментом квазгеоида и обозначается как EGM2008\_TN. Эта модель может использоваться для определения аномалии высоты в любой точке региона, ограниченного вышеуказанным прямоугольником.

Вычисление поправок для точек сетки выполняется с применением Сплайн-функции (3.12, 3.13). Аномалии высоты в глобальной модели EGM2008 вычисляются по формуле:  $\zeta^{TN} = \zeta^{2008} + \delta\zeta$ . (где  $\zeta^{2008}$  – аномальная высота, полученная из модели EGM2008,  $\delta\zeta$  – это поправка аномалии, полученная из интерполяции волновым методом (на основе Сплайн функции),  $\zeta^{TN}$  - аномалия высоты поточной модели). Расчет аномальной геометрической высоты показан на блок-схеме (см. рисунок 3.5).

После вычисления аномалии высоты в точках сетки ( $\zeta^{TN}$ ), модель квазигеоида региона центрального плато (и Южного Центрального Побережья) перерисована. Для визуального сравнения изменений, приведены модели квазигеоида до калибровки и после.

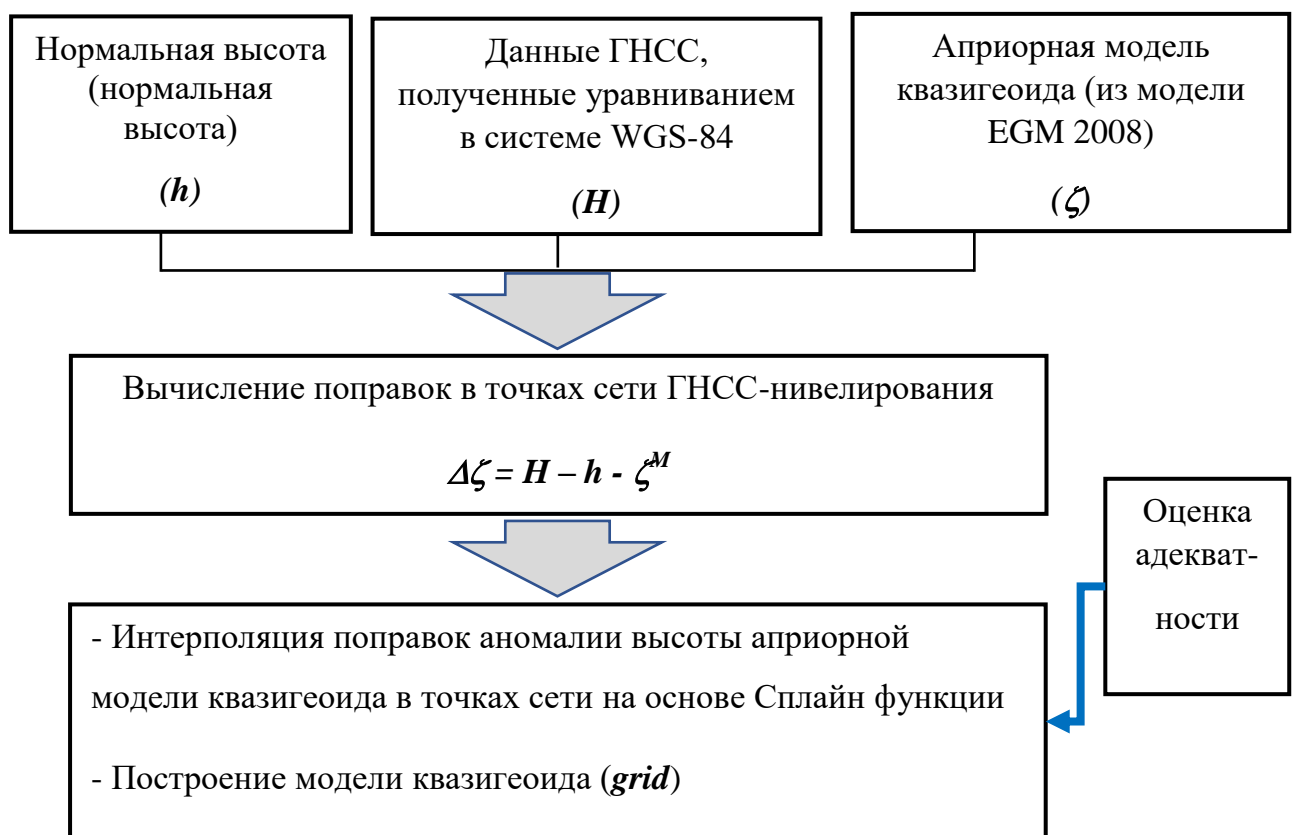


Рисунок 3.5 – Схема построения локальной модели квазигеоида по данным глобальной модели EGM 2008

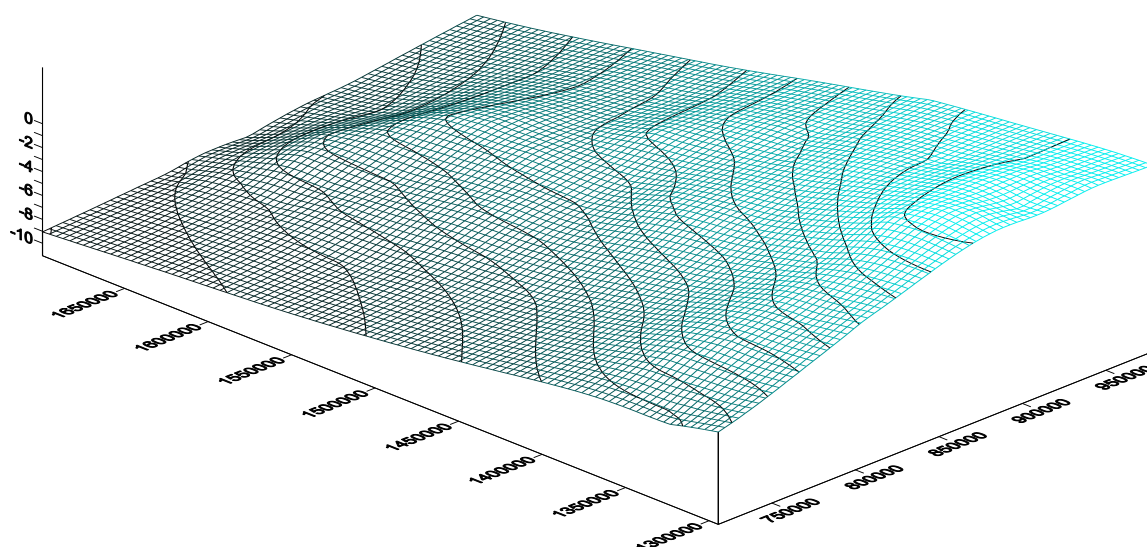


Рисунок 3.6 – Модель аномалий высот (Grid) до калибровки  
(аномалии высот по данным модели EGM2008)

Модели квазигеоида Центрального плато и Южного Центрального Побережья строятся по модели EGM2008, широта от  $11^{\circ}41'$  до  $15^{\circ}21'$ , долгота с  $107^{\circ}00'$  по  $109^{\circ}25'$ , площадь около  $80000 \text{ км}^2$ . Имеется модель в сеточном виде, размер ячейки  $2,5' \times 2,5'$  (включая 5251 точки). Файл данных описан в таблице 3.5.

Таблица 3.5 – Аномалия высоты и поправки для точек сетки (ячейки модели)

№	Имя	$B(^{\circ})$	$L(^{\circ})$	$\zeta^{2008}(\text{м})$	$\delta\zeta(\text{м})$	$\zeta^{\text{TN}}(\text{м})$
1	1	15.3500	107.0000	-12.550	0.711	-11.839
2	2	15.3500	107.0417	-12.132	0.726	-11.406
3	3	15.3500	107.0833	-11.715	0.742	-10.973
4	4	15.3500	107.1250	-11.233	0.758	-10.475
5	5	15.3500	107.1667	-10.887	0.775	-10.112
...	...	...	...	...	...	...
5250	5250	11.6833	109.3750	5.370	1.314	6.684
5251	5251	11.6833	109.4167	5.519	1.364	6.883
				Min = -12.55 Max = 5.519	Min = 0.031 Max = 1.364	Min = -11.839 Max = 6.883

Из локальной модели квазигеоида (EGM2008\_TN) легко получить аномалию высоты для любой точки в области, если имеются геодезические координаты  $B$  и  $L$  этой точки в системе WGS84. Следовательно, можем рассчитать нормальную высоту для точек ГНСС измерений без результатов традиционного геометрического нивелирования. При этом речь идет о расстояниях нескольких десятков километров (см. рисунок 3.7).

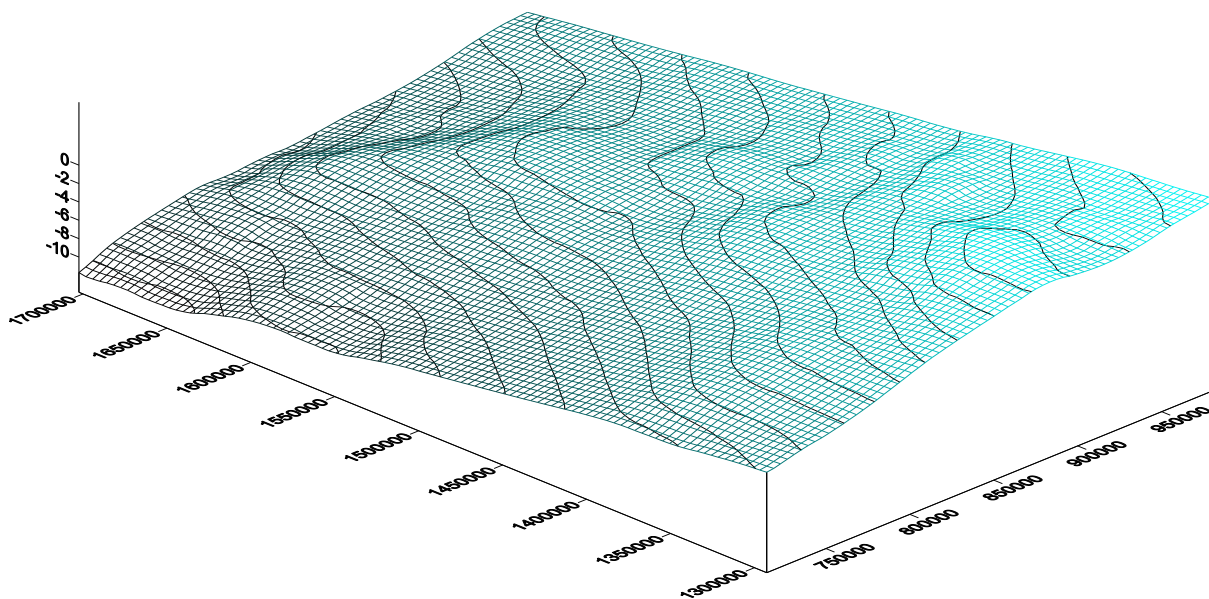


Рисунок 3.7 – Модифицированная модель аномалий высот (EGM2008\_TN)

### Использование полученной модели (EGM2008\_TN)

Сплайн-функцию возможно использовать для интерполяции параметров любых точек в пределах рассматриваемой модели. В то же время следует определить достаточное количество точек для интерполяции. Интерполируемые точки выбираются так, чтобы все они находились в окружении точки интерполяции (рисунок 3.8). По расстояниям от точек сетки до точки интерполяции в обозначенной окружности будут рассчитываться аномалии высот по алгоритму интерполяции.

Кроме Сплайн-функции для интерполяции мы можем использовать следующие способы:

*Средневесовую интерполяцию:*

$$\zeta_k = \frac{\sum_{j=1}^n \zeta_j P_j}{\sum_{j=1}^n P_j}, \quad (3.16)$$

где:  $n$  – количество соседних точек для интерполяции,  $P_i$  – вес, рассчитанный из выражения:

$$P_j = 1/d_j, \quad (3.17)$$

где:  $d_j$  – расстояние от интерполированной точки до  $i$  точки сети. В случае если  $n = 1$ , результат интерполяции равен значению выбранной точки.

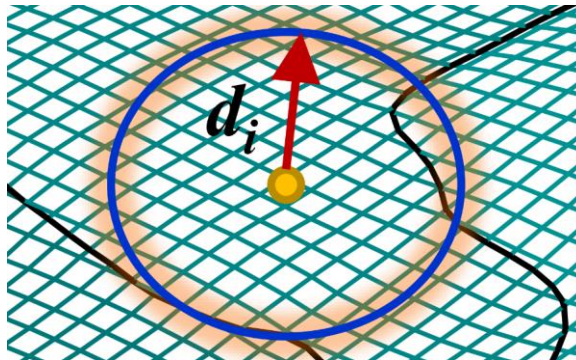


Рисунок 3.8 – Схема для определения точек интерполирования

### *Интерполяция на основе модели многочлена первой степени*

Как известно, формула вычисления интерполяции аномалии высот  $\zeta_k$  по модели многочлена 1-й степени имеет следующий вид:

$$\zeta_k = a + b \cdot \varphi_k + c \cdot \lambda_k, \quad (3.18)$$

где  $\varphi_k$ ,  $\lambda_k$  – координаты интерполированных точек  $k$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – параметры многочлена, которые должны определяться на основании выбранных ближайших точек сетки. Для того, чтобы определить 3 параметра ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ), количество выбранных точек должно быть больше 3. Если это условие выполнено, параметры  $a$ ,  $b$ ,  $c$  определяются по методу наименьших квадратов (МНК):

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L; X = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}; L = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \dots \\ \zeta_n \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 1 & \varphi_1 & \lambda_1 \\ 1 & \varphi_2 & \lambda_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & \varphi_n & \lambda_n \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

где:  $\varphi_i, \lambda_i, \zeta_i$  – координаты и аномалии высот выбранных точек сетки ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

### *Интерполяция на основе модели многочлена второй степени*

Формула вычисления аномалии высоты  $\zeta_k$  по модели многочлена 2-ой степени имеет следующий вид:

$$\zeta_k = a_0 + a_1\varphi_k + a_2\lambda_k + a_3\varphi_k^2 + a_4\lambda_k^2 + a_5\varphi_k\lambda_k, \quad (3.20)$$

где  $\varphi_i, \lambda_i, \zeta_i$  – координаты и аномалия высот выбранных точек сетки ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  – параметры многочлена, которые должны определяться на основании выбранных ближайших точек сетки. При условии, что количество точек должно быть больше 6, параметры определяются по МНК:

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L \quad (3.21)$$

$$X = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix}; L = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \dots \\ \zeta_n \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 1 & \varphi_1 & \lambda_1 & \varphi_1^2 & \lambda_1^2 & \varphi_1\lambda_1 \\ 1 & \varphi_2 & \lambda_2 & \varphi_2^2 & \lambda_2^2 & \varphi_2\lambda_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \varphi_n & \lambda_n & \varphi_n^2 & \lambda_n^2 & \varphi_n\lambda_n \end{bmatrix}$$

Размер ячейки в локальной модели квазигеоида EGM2008\_TN составляет  $2.5' \times 2.5'$ , радиус окружности – от 6 км до 11 км. При таком радиусе количество выбранных точек будет составлять от 4 до 13 точек ячеек. Точки в этом радиусе будут использоваться в качестве исходных (опорных) для интерполяции точек ГНСС-измерений. В общем, не следует выбирать слишком большой радиус.

### **Оценки точности результатов интерполяции**

Модель протестирована на 17 точках ГНСС-нивелирования, которые не используются в обработке. Прежде всего, нам нужно исследовать и выбрать алгоритм интерполяции аномалий высот из EGM2008\_TN. Использовано четыре варианта интерполяции для 17 контрольных точек (экспериментальные точки). Точность интерполяции оценивается по СКП ( $\mu$ ), рассчитанной по формуле (3.15). Результаты интерполяции представлены в таблице 3.6.

Таблица 3.6 – Результаты вычисления аномалии высот

Имя	Кол. точки	$\zeta_{\text{ГНСС/нив}} = H-h$	Аномалии интерполяции (S = 10 км)				разности			
			$\zeta^1$	$\zeta^2$	$\zeta^3$	$\zeta_{\text{Сплайн}}$	$\zeta^1 - \zeta_{\text{ГНСС/нив}}$	$\zeta^2 - \zeta_{\text{ГНСС/нив}}$	$\zeta^3 - \zeta_{\text{ГНСС/нив}}$	$\zeta_{\text{Сплайн}} - \zeta_{\text{ГНСС/нив}}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
I(BMT-APD)12	14	-0.298	-0.313	-0.316	-0.308	-0.313	0.015	0.018	0.010	0.015
I(BMT-APD)35	11	-2.236	-2.171	-2.184	-2.191	-2.155	-0.065	-0.052	-0.045	-0.081
III(QK-LT)5	15	1.687	1.599	1.579	1.576	1.688	0.088	0.108	0.111	-0.001
III(LS-BN)21	14	5.062	5.273	5.259	5.255	5.182	-0.211	-0.197	-0.193	-0.120
III(DX-DL)3	16	2.747	2.817	2.778	2.758	2.692	-0.070	-0.031	-0.011	0.055
III(KRKM-MDR)10	16	3.413	3.501	3.499	3.482	3.501	-0.088	-0.086	-0.069	-0.088
I(BMT-APD)1-2	15	0.185	0.133	0.156	0.163	0.178	0.052	0.029	0.022	0.007
III(BD-BMT)4	16	-1.457	-1.381	-1.354	-1.366	-1.363	-0.076	-0.103	-0.091	-0.094
II(MT-TH)21	15	1.216	1.180	1.200	1.204	1.133	0.036	0.016	0.012	0.083
III(DM-CR)7	15	-0.987	-0.964	-0.968	-0.971	-0.991	-0.023	-0.019	-0.016	0.004
I(VL-HT)123	16	0.507	0.420	0.428	0.437	0.426	0.087	0.079	0.070	0.081
III(DC-NB)4	15	-4.775	-4.841	-4.856	-4.858	-4.864	-0.294	-0.291	0.081	0.089
III(XH-SL)16	16	-1.462	-1.446	-1.444	-1.440	-1.487	-0.016	-0.018	-0.022	0.025
III(CH-PQ)3	16	-5.729	-5.759	-5.738	-5.731	-5.663	0.030	0.009	0.002	-0.066
III(MR-HT)3	14	-5.149	-5.309	-5.311	-5.310	-5.236	0.160	0.162	0.161	0.087
III(HD-BNB)3-1	15	-6.636	-6.466	-6.611	-6.624	-6.595	-0.170	-0.025	-0.012	-0.041
III(AL-DT)1	14	-2.969	-2.919	-2.915	-2.926	-2.946	-0.050	-0.054	-0.043	-0.023
						$\mu =$	<b>0.094</b>	<b>0.083</b>	<b>0.079</b>	<b>0.067</b>

Третий столбец таблицы 3.6 – это значение  $\zeta_{\text{ГНСС/нив}}$  (м) – аномалия высоты, которая известна для точки ( $\zeta_{\text{ГНСС/нив}} = H-h$ ), четвертый столбец – значение  $\zeta^1$  (м) – аномалия высоты, интерполированная методом «средний вес»

1/D, столбец 5 – значение  $\zeta^2$  (м), аномалия высоты, интерполированная по функции многочлена первой степени, столбец 6 –  $\zeta^3$  (м) аномалия высоты, интерполированная по функции многочлена второй степени, столбец 7 –  $\zeta^{\text{Сплайн}}$  (м) аномалия высоты, интерполированная по Сплайн-функции, столбцы 8, 9, 10 – соответственно разницы между известным значением аномалии высоты и интерполяционной аномалии, определяются по 4 методам (разности).

По формуле (3.15) вычислим средние значения ошибок по каждому методу интерполяции:

- метод 1 «средний вес 1/D»:  $\mu_1 = \pm 0.094$  м,
- метод 2 «интерполяции по многочлену 1-й степени»:  $\mu_2 = \pm 0.083$  м,
- метод 3 «интерполяции по многочлену 2-й степени»:  $\mu_3 = \pm 0.079$  м,
- метод 4 «интерполяции по Сплайн-функции»:  $\mu_4 = \pm 0.067$  м.

Видно, что метод интерполяции на основе Сплайн-функции дает наименьшую ошибку интерполяции, за ним следует метод многочлена второй степени. Метод с использованием среднего веса дает наибольшую ошибку.

По данным, полученным по 17 точкам (4 варианта), вычислим разности высот между этими точками ( $(n \cdot (n-1)/2) = 136$ ), а затем сравним их с допусками для нивелирования III, IV класса и технического нивелирования. При этом самое малое расстояние звена составляет 26 км, а самый длинное 460 км.

На практике при измерении высот по ГНСС технологии в сети должно быть по крайней мере одна точка с нормальной высотой. Для этой точки при помощи модели геоида необходимо определить аномалию высоты  $\Delta\zeta$ , потом рассчитать разность  $\Delta h$  по формуле:

$$\Delta h = \Delta H - \Delta\zeta, \quad (3.22)$$

где  $\Delta H$  – разность геодезических высот в рассматриваемой точке.

Обозначим  $\Delta H_{i,k}$  – как разность геодезических высот между двумя точками;  $\Delta h_{i,k}$  – разность нормальных высот, а  $\Delta\zeta_{i,k}$  – аномалия высоты, определяемая по глобальной модели (EGM2008) между двумя точками.

Вычислим разницу между нормальной высотой 2-х точек:

$$\delta_{i,k} = \Delta H_{i,k} - \Delta h_{i,k} - \Delta \zeta_{i,k} \quad (3.23)$$

С учетом веса измерений СКО на 1 км можно вычислить по формуле [97]:

$$m_{км} = \pm \sqrt{\frac{[P\delta_i\delta_i]}{m}} \quad (3.24)$$

Вес рассчитывается по формуле:

$$P_{i,k} = \frac{1}{D_{i,k}}, \quad (3.25)$$

$D_{i,k}$  – расстояние между двумя точками в километрах,  $m$  – количество пар точек для исследования. При этом  $m$  не должно быть меньше 20, а расстояние между точками  $D_{i,k}$  должно иметь разные значения. Результаты приведены в таблице 3.7.

Таблица 3.7 – Оценка точности определения нормальных высот с использованием модели EGM2008\_TN

№	Факторы	EGM2008	Средний вес	Многочлен 1-й степени	Многочлен 2-й степени	Сплайн-функция
1	Количество маршрутов	136	136	136	136	136
2	Несоответствие допуску технического нивелирования	9 (7%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
2	Соответствие допуску технического нивелирования	127 (93%)	136 (100%)	136 (100%)	136 (100%)	136 (100%)
3	Соответствие допуску нивелирования IV класса	108 (79%)	136 (100%)	136 (100%)	136 (100%)	136 (100%)
4	Соответствие допуску нивелирования III класса	54 (40%)	94(69%)	103(76%)	108(79%)	115 (85%)
5	СКО (м)	$m_{км} = 0.0244$	$m_{км} = 0.0119$	$m_{км} = 0.0102$	$m_{км} = 0.0096$	$m_{км} = 0.0086$

В таблице допуски принимались в соответствии с нормативным документом [87]. Так, невязки нивелирования (разница прямого и обратного хода) для III класса –  $m_{III-класса} = 10\sqrt{D}$ ; для IV класса (разница по красным и



черным меткам) –  $m_{IV\text{-класса}} = 25\sqrt{D}$ ; для технического нивелирования –  $m_{\text{техническое}} = 50\sqrt{D}$ .

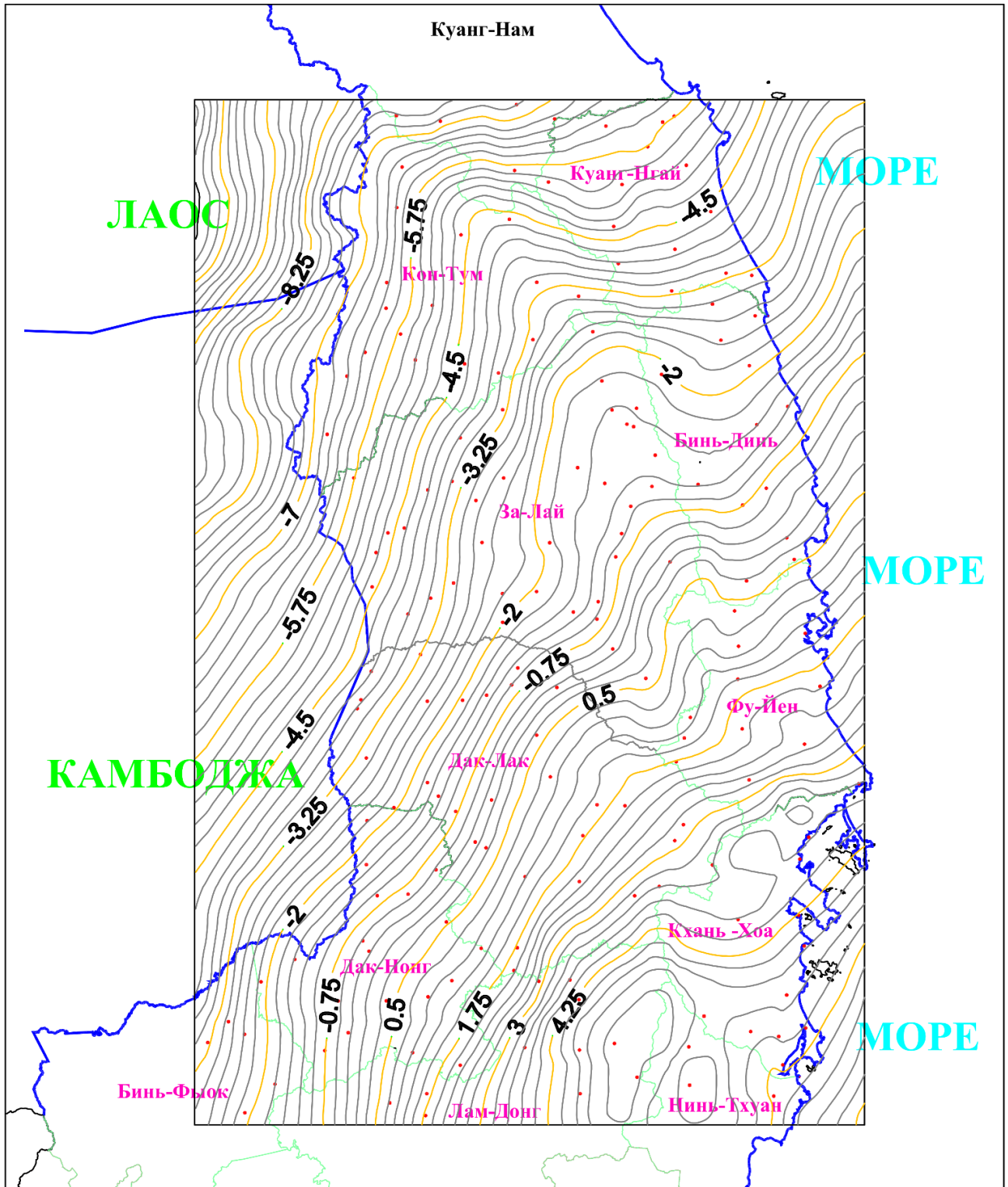


Рисунок 3.9 – План с горизонталями аномалий высот

(высота сечения рельефа 0.25 м)

Из полученных результатов интерполяции для 17 контрольных точек видно, что все четыре метода интерполяции дают приемлемые результаты. В соответствии с таблицей 3.7 по всем четырем методам интерполяции около 80% маршрутов имеют допустимую точность для нивелирования III класса, в том числе для горных местностей. Естественно обеспечена 100% точность для технического нивелирования. На практике целесообразно использовать интерполяционный метод «средний вес».

Разработанная процедура калибровки аномалий высоты EGM2008 предназначена для использования в крупном масштабе, имеющем много точек в сети. Метод расчета относительно прост и улучшает точность определения высоты по результатам ГНСС измерений.

Точки сети (ГНСС пункты) должны совпадать с пунктами нивелирования III класса и выше. Точки должны распределяться относительно однородно и достаточно плотно.

Метод калибровки высот в соответствии с вышеупомянутой процедурой всегда обеспечивает исходные параметры априорной модели, изменяя только нормальные высоты в части модели, где выполнено ГНСС-нивелирование. Таким образом, локализованная модель квазигеоида обладает аккомодацией с предшествующей глобальной моделью, без каких-либо резких изменений между соседними локальными моделями или между наземными и морскими моделями. Это составляет преимущества модели квазигеоида, полученной на основе EGM2008.

Локальная модель квазигеоида EGM2008\_TN, построенная на основе локальной модели EGM2008, имеет большую точность и она может применяться на различных труднодоступных территориях. По результатам оценки точности, основанной на 17 тестовых точках, модель EGM08\_TN показала точность 100%, соответствующую нивелированию IV класса, в том числе для горных местностей. 85% – соответствует III классу. Ошибка определения нормальной высоты по данным ГНСС измерений снижена с 0,0244 м/км до 0,0086 м/км.

### 3.3 Определение нормальных высот по данным спутниковых определений с учётом уклонений отвесной линии

При изысканиях, планировании и строительстве используют нормальные высоты. Обычно эти высоты определяют с помощью геометрического нивелирования. При ведении строительных работ, особенно в гористой местности, определение нормальных высот традиционным способом может существенно увеличить сроки реализации проектов. В настоящее время применение технологии ГНСС измерений существенным образом ускоряет процесс создания координатной основы. Определенные аспекты этого подхода были рассмотрены в предыдущих разделах. Ниже рассматривается алгоритм учета уклонения отвесной линии при определении нормальных высот. Вкупе с топоцентрической поверхностью это может быть весьма эффективной методикой в строительстве.

Геодезическая  $H$  и нормальная  $H'$  (или  $h$ ) высоты определяют с учетом аномалии высоты  $\zeta$  из выражения:

$$H' = H - \zeta. \quad (3.26)$$

Если известна  $\zeta$ , то  $H'$  можно найти с помощью технологии ГНСС измерений. Однако аномалия высоты, как правило, неизвестна. Имеются решения по определению  $\zeta$  на основе точек с известными нормальными высотами [23, 47, 61, 62, 78]: используют метод интерполяции для определения нормальных высот в искомым точках (см. выше) либо определяют поправки к геодезическим высотам, найденным на основании данных технологии ГНСС измерений. Вместе с тем уточнение результатов может быть получено при использовании поправок к геодезическим высотам, характеризующих неоднородность, вызванную уклонением отвесной линии. Ниже приведён алгоритм такого решения задачи о нормальных высотах.

Аномалию высоты можно получить четырьмя разными способами: на основе результатов астрономических наблюдений и гравитационных съёмок [61, 62, 78]; с использованием интерполяционных формул [23, 47]; построением модели высот (локальная модель квазигеоида или геоида) [59];

на основе учёта уклонов отвесных линий и вращения эллипсоида [52, 92]. В предыдущих разделах показаны первые 2 и 3 способа. В данном разделе предлагается методика решения, основанная на последнем подходе.

Аномалию высоты определяют в два этапа: вычисляют разность высот геодезической и нормальной для точки на земной поверхности; находят поправку за уклонение отвесной линии в целях приведения результатов к нормали к геоиду. Данную поправку определяют посредством смещения эллипсоида до совмещения с отвесной линией. В предлагаемом способе используют координаты точек, полученные по технологии ГНСС измерений. При этом не менее трёх точек должны иметь нормальные высоты, найденные с помощью геометрического нивелирования (рисунок 3.10).

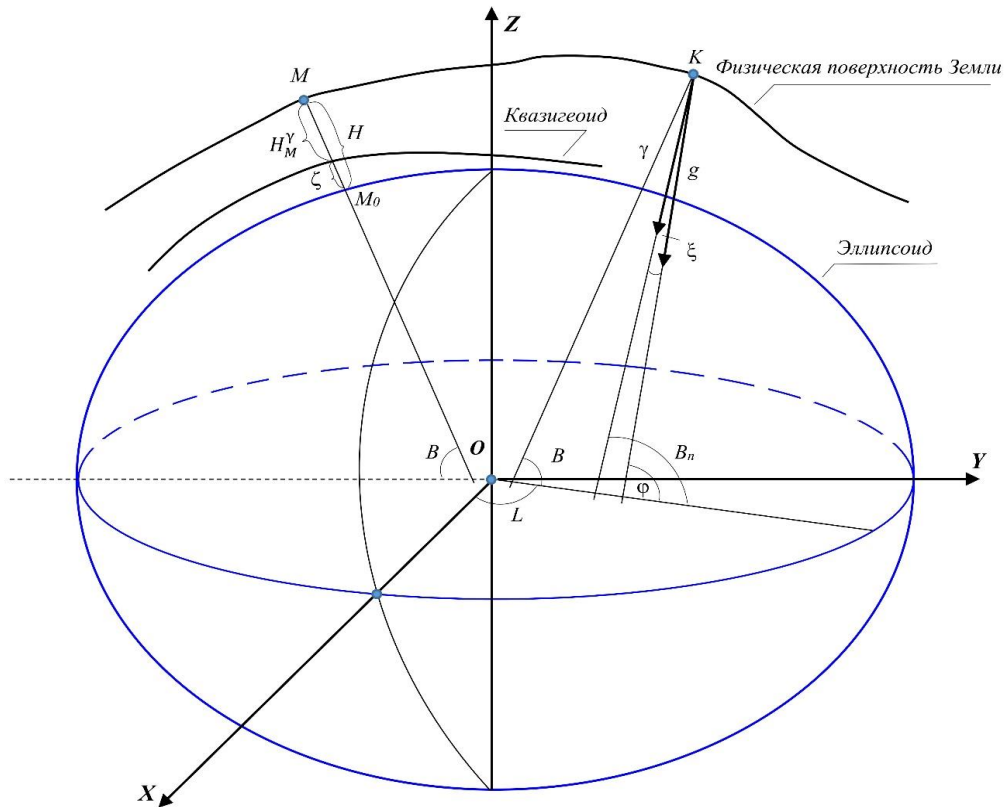


Рисунок 3.10 – Схема земного эллипсоида с указанием высот точек:

« $B_n$  – геодезическая широта;  $g$  – направление силы тяжести в точке  $K$  на поверхности Земли;  $\bar{\gamma}$  – направление касательной к силовой линии нормального поля в точке  $K$ ;  $\xi$  – составляющая уклонения отвесной линии в плоскости меридиана;  $H$  – геодезическая высота в точке  $M$ ;  $H_M^y$  – нормальная высота в точке  $M$ ;  $\zeta$  – высота квазигеоида (аномалия высоты) в точке  $M$ ;  $\varphi$  – астрономическая широта;  $B$  – геодезическая широта;  $L$  – геодезическая долгота»

Нормальная высота выбранной произвольной точки  $P_0$  в районе предполагаемого строительства может быть выражена с использованием поверхности проекции на вспомогательный эллипсоид  $\Delta h$ . Тогда нормальную высоту точки  $P_0$  можно определить как разность высоты  $h_0$  точки  $P_0$  и поверхности этой проекции, т. е.  $h_0 - \Delta h$  и геодезических координат  $P_0$  ( $B_0, L_0, H_0$ ). Преобразование высоты  $H_0$  в  $h_0 - \Delta h$  дает направление нормали к эллипсоиду.

Параметры вспомогательного эллипсоида вычисляем следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= a + \frac{2 - e^2 \sin^2 B_0}{2\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_0}} (H_0 - h_0 + \Delta h) \\ e_1^2 &= e^2 - \frac{e^2 \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_0}}{a} (H_0 - h_0 + \Delta h) \end{aligned} \right\}, \quad (3.27)$$

где  $a_1$  и  $e_1^2$  – соответственно большая полуось и первый эксцентриситет вспомогательного эллипсоида;  $a$  и  $e^2$  – соответственно большая полуось и первый эксцентриситет эллипсоида (WGS-84).

В точке  $P_0$  нормаль к поверхности вспомогательного эллипсоида не совпадает с отвесной линией. Угол  $u$  между нормалью и отвесной линией может быть представлен двумя векторами:  $\eta$  (горизонталь) и  $\xi$  (вертикаль). Принимаем за центральную точку вращения  $P_0$ , тогда ось  $z$  вспомогательного эллипсоида будет соответствовать нормальному направлению отвесной линии.

В соответствии с правилом знаков:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_\eta &= -\eta \\ \varepsilon_\xi &= \xi \end{aligned} \right\}, \quad (3.28)$$

где  $\varepsilon_\xi$  и  $\varepsilon_\eta$  – угол Эйлера, поворот вдоль оси соответственно  $y$  и  $x$ .

После смещения эллипсоида топоцентрические координаты точки  $P_J$  находим из выражения

$$\begin{pmatrix} x'_J \\ y'_J \\ z'_J \end{pmatrix} = R_u \begin{pmatrix} x_J \\ y_J \\ z_J \end{pmatrix} = R_1(\varepsilon_\eta) R_2(\varepsilon_\xi) \begin{pmatrix} x_J \\ y_J \\ z_J \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\varepsilon_\xi \\ 0 & 1 & \varepsilon_\xi \\ \varepsilon_\xi & \varepsilon_\eta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_J \\ y_J \\ z_J \end{pmatrix}, \quad (3.29)$$

где  $(x_J, y_J, z_J)$  и  $(x'_J, y'_J, z'_J)$  – топоцентрические координаты точки соответственно до и после смещения эллипсоида;  $R$  – матрица преобразования (поворота).

То же в экваториальной системе координат:

$$\begin{pmatrix} \bar{X}' \\ \bar{Y}' \\ \bar{Z}' \end{pmatrix} = R_\varepsilon \begin{pmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{pmatrix} = R_1(\varepsilon_X) R_2(\varepsilon_Y) R_3(\varepsilon_Z) \begin{pmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \varepsilon_Z & -\varepsilon_Y \\ -\varepsilon_Z & 1 & \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y & -\varepsilon_X & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{pmatrix}, \quad (3.30)$$

где  $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$ ,  $(\bar{X}', \bar{Y}', \bar{Z}')$  – координаты точки соответственно до и после поворота эллипсоида в экваториальной системе координат;  $\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z$  – углы Эйлера по осям.

Переход от одной системы в другую выполняем по формуле

$$\begin{pmatrix} \bar{X}' \\ \bar{Y}' \\ \bar{Z}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin B_0 \cos L_0 & -\sin L_0 & \cos B_0 \cos L_0 \\ -\sin B_0 \sin L_0 & \cos L_0 & \cos B_0 \sin L_0 \\ \cos B_0 & 0 & \sin B_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_J \\ y_J \\ z_J \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

Сравнение координат двух систем проводим после дифференцирования функциональных зависимостей (3.29–3.31) относительно углов Эйлера. Тогда связь между углами Эйлера  $\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z$  и отвесной линией:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos L_0 \sin B_0 & \sin L_0 \\ \sin L_0 \sin B_0 & -\cos L_0 \\ -\cos B_0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_\eta \\ \varepsilon_\xi \end{pmatrix}. \quad (3.32)$$

При смещении эллипсоида координаты точки  $P_0 (X_0, Y_0, Z_0)$  не меняются, а координаты остальных точек вычисляем по формуле

$$\begin{pmatrix} X'_J \\ Y'_J \\ Z'_J \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_J \\ Y_J \\ Z_J \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_X \\ \delta_Y \\ \delta_Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -Z_J & Y_J \\ Z_J & 0 & -X_J \\ -Y_J & X_J & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \end{pmatrix}, \quad (3.33)$$

где  $(\delta_x \ \delta_y \ \delta_z)^T$  – вектор смещения центральной точки эллипсоида;  $(X_j, Y_j, Z_j)$  и  $(X'_j, Y'_j, Z'_j)$  – пространственные прямоугольные координаты точки соответственно до и после смещения эллипсоида.

Уклонения отвесных линий  $\varepsilon_\eta, \varepsilon_\xi$  вычисляем из выражения [52, 92]

$$\begin{aligned} dH_j = & \left[ e_1^2 \cos B_j \sin B_0 \sin(L_j - L_0)(N_0 \sin B_0 - N_j \sin B_j) - (N_0 + H_0) \cos B_j \sin(L_j - L_0) \right] \varepsilon_\eta \\ & + \left[ e_1^2 \cos B_j \sin(L_j - L_0)(N_0 \sin B_0 - N_j \sin B_j) \right. \\ & \left. + (N_0 + H_0)(\sin B_j \cos B_0 - \sin B_0 \cos B_j \cos(L_j - L_0)) \right] \varepsilon_\xi = F_\eta \varepsilon_\eta + F_\xi \varepsilon_\xi \end{aligned} \quad (3.34)$$

где  $dH_j$  – приращение геодезической высоты в точке  $P_j$ ;  $B_j, L_j, H_j$  – геодезические координаты пункта  $P_j$ ;  $N_0 = a / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_0}$ ;

$$N_j = a / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_j}; \quad F_\eta = e_1^2 \cos B_j \sin B_0 \sin(L_j - L_0)(N_0 \sin B_0 - N_j \sin B_j) - (N_0 + H_0) \cos B_j \sin(L_j - L_0);$$

$$F_\xi = \left[ e_1^2 \cos B_j \sin(L_j - L_0)(N_0 \sin B_0 - N_j \sin B_j) + (N_0 + H_0)(\sin B_j \cos B_0 - \sin B_0 \cos B_j \cos(L_j - L_0)) \right]$$

В точке  $P_0, B_j = B_0, L_j = L_0$  (поскольку после совмещения точки  $P_j$  и  $P_0$  совпали) и согласно формуле (3.34)  $dH = 0$ , соответственно,  $dB_0 = 0, dL_0 = 0$ .

Подчеркнём, после смещения эллипсоида координаты точки  $P$  не изменяются.

После выполнения расчётов нормаль в точке  $P_0$  совпадает с отвесной линией, но центр эллипсоида сместился. Образуется угол между плоскостью проекции (нормали) и плоскостью смещённого эллипсоида. Фактически этот угол соответствует углу уклонения отвесной линии.

Существует достаточно методов определения отклонения отвеса, например: нивелирование, ГНСС-измерения совместно с нивелированием, гравиметрические способы. Однако эти методы могут быть весьма затратными. В предлагаемом способе требуется лишь небольшое число точек, на которых определены высоты с помощью технологии ГНСС и геометрического нивелирования, далее по формуле (3.34) можно определить отклонения отвеса  $\varepsilon_\eta, \varepsilon_\xi$ .

Если предположить, что точка  $P_k$  принадлежит плоскости  $h_k$ , а значит,  $h_k$  (или  $H'_k$ ) – нормальная высота точки  $P_k$ , то можно определить отклонение вспомогательной плоскости эллипсоида от плоскости проекции  $l_k$  по формуле

$$l_k = H_k - (h_k - \Delta h), \quad (3.35)$$

где  $H_k$  – геодезическая высота точки  $P_k$ .

После совмещения плоскостей геодезическая высота изменится на  $dH$ , поправку  $N_k$  можно вычислить из выражения

$$N_k = dH_k + H_k - (h_k - \Delta h). \quad (3.36)$$

Подставляя выражение (3.34) в формулу (3.36), получаем

$$N_k = a_k \Delta, \quad (3.37)$$

где  $a_k = (F_\eta, F_\xi)$ ;  $\Delta$  – уклонение отвесной линии,  $\Delta = (\varepsilon_\eta, \varepsilon_\xi)^T$ .

По методу наименьших квадратов вычисляем

$$\Delta = (A^T A)^{-1} A^T L, \quad (3.38)$$

где  $A$  – матрица коэффициентов параметрических уравнений;  $L$  – вектор свободных членов.

Координаты точек в трёхмерном пространстве с учётом поступательных перемещений определяем из выражения

$$\begin{pmatrix} X'_i \\ Y'_i \\ Z'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -(Z_i - Z_0) & Y_i - Y_0 \\ Z_i - Z_0 & 0 & -(X_i - X_0) \\ -(Y_i - Y_0) & X_i - X_0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos L_0 \sin B_0 & \sin L_0 \\ \sin L_0 \sin B_0 & -\cos L_0 \\ -\cos B_0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_\eta \\ \varepsilon_\xi \end{pmatrix}, \quad (3.39)$$

где  $X'_i, Y'_i, Z'_i$  – координаты точек после смещения эллипсоида (по формуле (3.27) вычисляем параметры вспомогательного эллипсоида);  $X_i, Y_i, Z_i$  – уравненные координаты точек, полученные по технологии ГНСС.

Для вычисления геодезических координат  $(B'_i, L'_i, H'_i)$  по прямоугольным используем следующий алгоритм [25, 26].

Определяем радиус-вектор точки:

$$S = \sqrt{X^2 + Y^2}. \quad (3.40)$$

Вычисляем приближённые  $B_0, L_0, H_0$ :

$$\operatorname{tg} B_0 = \frac{Z}{S} (1 - e^2)^{-1} \quad (3.41)$$

$$L_0 = \arctan \frac{Y}{X} \quad (3.42)$$



$$H_0 = \frac{S}{\cos B_0} - N_0 \quad (3.43)$$

$$N_0 = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 B_0 + b^2 \sin^2 B_0}} \quad (3.44)$$

Уточняем  $B_0$  по формуле

$$\operatorname{tg} B_0 = \frac{Z}{S} \left( 1 - e^2 \frac{N_0}{N_0 + H} \right)^{-1} \quad (3.45)$$

Реализуем итерационный процесс вычисления  $B_0$  до заданной точности ( $\varepsilon = 0,1$  рад). Если  $|B - B_0| \leq \varepsilon$ , то процесс вычислений закончен.

После вычисления геодезических координат точек рассчитываем средние значения:

$$B_0 = \frac{\sum_{i=1}^n B_i}{n}, L_0 = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{n}, H_0 = \frac{\sum_{i=1}^n H_i}{n} \quad (3.46)$$

Получаем новые геодезические координаты и координаты центральной точки, проводим расчёт нормальных высот точек.

### **Определение нормальных высот по спутниковым данным путем вращения эллипсоида**

Связь между аномалиями высот (до и после смещения эллипсоида):

$$\zeta_{TC} = \zeta_{84} + d\zeta, \quad (3.47)$$

где  $\zeta_{TC}$ ,  $\zeta_{84}$  – аномалия высоты соответственно по вспомогательному эллипсоиду и эллипсоиду WGS-84;  $d\zeta$  – изменение геодезической высоты поверхности эллипсоида WGS-84 вследствие репозиционирования эллипсоида по условию  $\sum \zeta_{TC}^2 = \min$ , можно определить по результатам преобразования геодезических координат одной системы координат в другую (по М. С. Молоденскому).

Вычисляем дифференциалы по  $B$ ,  $L$  и  $H$  (для краткости указано только дифференциальное уравнение для геодезической высоты  $H$ ):

$$\begin{aligned}
dH = & \begin{bmatrix} \cos B \cdot \cos L & \cos B \cdot \sin L & \sin B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \left[ N(1 - e^2 \sin^2 B) + N \right] dm \\
& + \begin{bmatrix} -\frac{N}{a}(1 - e^2) \sin B & \frac{M}{1 - f}(1 - e^2 \sin B) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d_a \\ d_f \end{pmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} -N \cdot e^2 \sin B \cdot \cos B \cdot \sin L & N \cdot e^2 \sin B \cdot \cos B \cdot \cos L & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix},
\end{aligned} \tag{3.48}$$

где  $dm$ ,  $d_a$ ,  $d_f$  – масштабные коэффициенты, связывающие две системы координат;  $a$ ,  $b$  – большая и малая полуось эллипсоида.

В случае, если рассматриваемая местность небольшая и относительно плоская,  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$  и  $dm$ ,  $da$ ,  $df$  очень малы, поэтому можно их не учитывать. В этом случае  $dH \approx d\zeta$ , тогда

$$dH = \begin{bmatrix} \cos B \cdot \cos L & \cos B \cdot \sin L & \sin B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \tag{3.49}$$

$$\zeta_{TC} = \zeta_{84} + \cos B \cdot \cos L \cdot \Delta X + \cos B \cdot \sin L \cdot \Delta Y + \sin B \cdot \Delta Z \tag{3.50}$$

При использовании формулы (3.50) должно быть не менее трёх точек, имеющих и геодезическую и нормальную высоту  $H'$ . Случай, когда таких точек много, соответствует условию  $dH \approx d\zeta$ , т.е. высота, определённая с помощью технологии ГНСС измерений (по вспомогательному эллипсоиду), приблизительно равна нормальной высоте.

Поправки при вычислении координат точек в матричной форме можно определить из выражения

$$V = AX + L, \tag{3.51}$$

$$\text{где } A = \begin{bmatrix} \cos B_1 \cos L_1 & \cos B_1 \sin L_1 & \sin B_1 \\ \cos B_2 \cos L_2 & \cos B_2 \sin L_2 & \sin B_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ \cos B_n \cos L_n & \cos B_n \sin L_n & \sin B_n \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}; \quad L = \begin{bmatrix} \zeta_{84_1} \\ \zeta_{84_2} \\ \dots \\ \zeta_{84_n} \end{bmatrix}; \quad B_i, L_i \text{ и}$$

$\zeta_{84_i}$  – соответственно широта, долгота и аномалия высоты параллельных точек.

Решив уравнение (3.51) способом наименьших квадратов при условии  $[PVV] = \min$ , можно определить трансляционный параметр (поправки).

С учётом модифицирования (3.50) приращения высот вычисляются по формуле

$$dH = \cos B \cos L \Delta X + \cos B \sin L \Delta Y + \sin B \Delta Z \quad (3.52)$$

В итоге нормальная высота определится из выражения:

$$H' = H + dH. \quad (3.53)$$

### **3.4 Передача отметок на монтажные горизонты с применением спутниковой технологии измерений**

Вышеприведенные выкладки позволяют перейти к более практическим вопросам. Согласно нормативному документу [15], переносить отметки с исходного горизонта на монтажный следует методом геометрического нивелирования или другими методами, обеспечивающими соответствующую точность, от реперов разбивочной сети здания (сооружения). При этом погрешность (среднеквадратическая ошибка измерений – СКП) перенесения на монтажный горизонт отметки с исходного горизонта шаговым методом должна быть в пределах: при высоте здания (Н) до 30 м – 2 мм и при Н до 75 м – 3 мм. Эти величины существенно отличаются от прежних норм. Так, в СП 126.13330.2012 погрешности соответственно составляли 4 и 7 мм. В этой связи применение метода геометрического нивелирования по варианту с двумя нивелирами, типа Н-3 и стальной рулеткой, оказывается проблематичным и следует искать другие способы измерений [50].

Отметки на монтажные горизонты (этажи здания) могут передаваться и по другим известным, традиционным методикам. Например, от точек, закрепленных на цоколе или другом удобном месте или от строительных реперов, имеющих на строительной площадке. При этом используют стальную рулетку, нивелир и рейку. Погрешность  $m$  такой передачи отметки будет зависеть в основном от погрешности отсчета по рейке, измерений вертикального расстояния; компарирования рулетки и рейки. При

рассмотрении миллиметровой и менее погрешности измерений учет отмеченных параметров позволит получить искомые нормативные значения.

Существуют упрощенные методики, дающие меньшую точность. Передачу отметки на монтажный горизонт можно также сделать путем фиксации отметки на строительных конструкциях исходного горизонта и вертикального линейного промера по строительным конструкциям до соответствующей откраски на монтажном горизонте. В некоторых случаях отметки реперов на монтажных горизонтах определяют прокладкой нивелирных ходов по лестничным маршам.

Важно отметить, что при передаче отметок традиционными методами ее ошибки соразмерны с высотой объекта: чем выше здание, тем больше ошибка.

В настоящее время при строительстве и, в частности, высотных зданий и сооружений широкое применение нашли ГНСС-технологии. Точность определения плановых координат и геодезической высоты с использованием ГНСС-технологии, корректируется наземными сетями [20, 21]. В этой связи применительно к рассматриваемой теме ГНСС-технологии можно использовать в качестве дополнения к традиционным методам и при определенных обстоятельствах их контролем.

При строительстве различных непротяженных объектов весьма перспективно использовать вместе с технологией спутниковых определений топоцентрическую систему координат, плоскость которой перпендикулярна нормали референц-эллипсоида [51]. При этом плоскость строительной площадки можно ориентировать перпендикулярно направлению отвесной линии. Уточнение уклона отвесной линии возможно с использованием данных ГНСС-технологии и геометрического нивелирования.

При строительстве высотных зданий передача осей сооружения с исходного горизонта на монтажные, как правило, выполняется методом сегментационного вертикального проектирования с использованием ГНСС-технологии (см. рисунок 3.11).

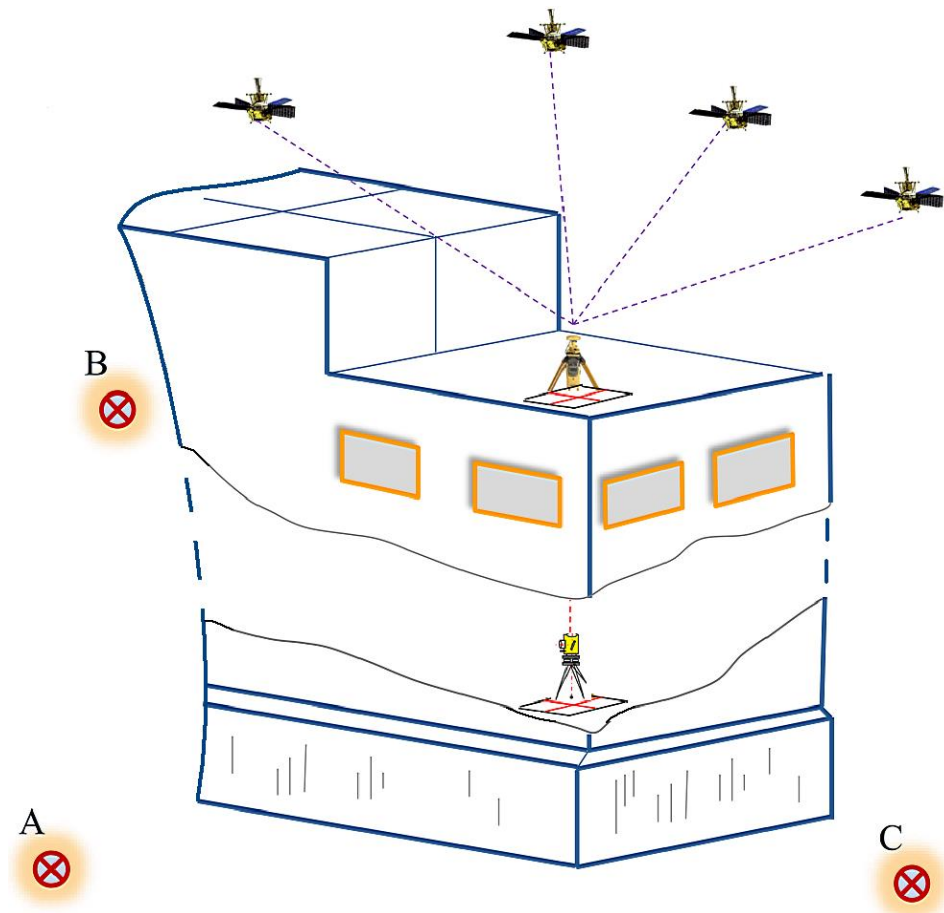


Рисунок 3.11 – Схема по методу вертикального проектирования с использованием ГНСС измерений

В этом случае контрольные точки, определяемые по ГНСС-технологии, могут соответствовать пунктам геодезической разбивочной основы, а их измерения должны производиться одновременно со знаками разбивочной сети на исходном горизонте (см. рисунок 3.12).

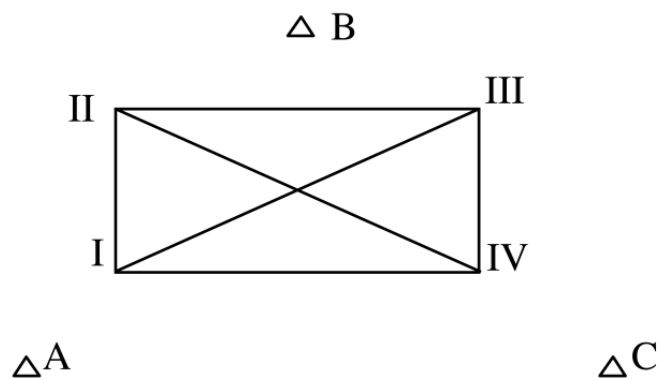


Рисунок 3.12 – Схема знаков и пунктов геодезической сети при строительстве высотных зданий

А, В, С – контрольные точки; I, II, III, IV – знаки геодезической разбивочной сети

При спутниковом нивелировании расстояние  $S$  между пунктами  $A$  и  $B$  (см. рисунок 3.13) может быть небольшим.

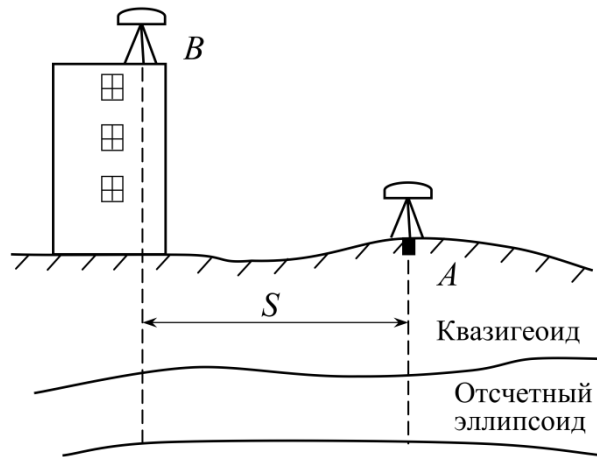


Рисунок 3.13 – Схема передачи высот на монтажные горизонты здания

В случае если горизонтальное расстояние между пунктами  $A$  и  $B$  небольшое и аномалия высот  $\zeta$  не изменилась, то разность геодезических высот ( $h_{AB}$ ) равна разности нормальных высот [45, 53].

$$h_{AB} = H_B - H_A = h_B - h_A \quad (3.55)$$

Тогда точность определения превышения ( $h_{AB}$ ) будет зависеть от точности вычисления разностей координат  $\Delta X_{AB}$ ,  $\Delta Y_{AB}$ ,  $\Delta Z_{AB}$ , полученных по результатам спутниковых определений.

При относительном способе позиционирования определяют приращения координат (или векторов) между пунктами, на которых установлены приемники. Тогда разность высот между точками  $A$  и  $I$  определяется следующим образом:

$$\Delta h_{AI} = h_I - h_A = (H_I - \zeta_I) - (H_A - \zeta_A) = (H_I - H_A) - (\zeta_I - \zeta_A) = \Delta H_{AI} - \Delta \zeta_{AI} \quad (3.56)$$

и следовательно:  $h_I = h_A + \Delta h_{AI}$ ,

где  $\Delta H_{AI}$  – разность геодезических высот,  $\Delta \zeta_{AI}$  – разность аномалий высот (квазигеоида).

Разности высот квазигеоида определяют по приращениями нормальных высот, которые могут быть получены по результатам геометрического нивелирования с точностью до III класса, а также геодезических высот, определенных по спутниковой технологии.

Равенство (3.56) применяем для вычисления разности высот между контрольной точкой вне здания (точка  $A$ ) и знаками геодезической разбивочной сети (рисунок 3.12). При этом аномалия высот точки  $I$  для разных горизонтов ( $I'$ ) будет одинаковой ( $\zeta_{I'} = \zeta_I$ ). Тогда, разность высот знаков геодезической разбивочной сети на разных горизонтах будет равна разности геодезической высоты:

$$\Delta h_{I'-I} = (H_{I'} - H_I) = \Delta H_{I'-I}. \quad (3.57)$$

При использовании формулы (3.57) необходимо учитывать точность передачи отметки на монтажные горизонты в особенности высоких зданий спутниковыми определениями, а также определения нормальных высот.

В работе автора [52] показан алгоритм вычисления нормальных высот путём построения промежуточной плоскости эллипсоида с учётом отклонений отвесной линии. При этом достижима точность определения нормальных высот в пределах 0,5 см.

Приведем обоснование точности определения высот для опорных точек ( $A$ ,  $B$ ,  $C$ ). Рассмотрим т.н. базовую точку  $I$ , которая определяется линейной интерполяцией по трем опорным точкам. Если  $\zeta_A$ ,  $\zeta_B$ ,  $\zeta_C$  – аномалии высот в опорных точках, то аномалия высоты  $\zeta_I$  в точке  $I$  вычисляется по формуле:

$$\zeta_I = \frac{1}{3}(\zeta_A + \zeta_B + \zeta_C) \quad (3.58)$$

Соответственно, среднеквадратическое отклонение (СКО) имеем:

$$m_{\zeta_I} = \frac{1}{3}\sqrt{m_{\zeta_A}^2 + m_{\zeta_B}^2 + m_{\zeta_C}^2}. \quad (3.59)$$

Пусть  $m_{\zeta_A} = m_{\zeta_B} = m_{\zeta_C} = m_{\zeta_i}$  тогда:

$$m_{\zeta_I} = \frac{1}{3}m_{\zeta_i}. \quad (3.60)$$

Аномалии высот в опорных точек определяются по формуле:  $\zeta_i = H_i - h_i$ .

При этом СКО будет равно:

$$m_{\zeta_I} = \sqrt{m_{H_i}^2 + m_{h_i}^2} \quad (3.61)$$

В частном случае, если  $m_{H_i} = m_{h_i}$ , тогда:

$$m_{H_i} = m_{h_i} = \frac{m_{\zeta_i}}{\sqrt{2}}. \quad (3.62)$$

Заменяя формулу (3.59) формулой (3.61), получаем:

$$m_{H_i} = m_{h_i} = m_{\zeta_i} \sqrt{\frac{3}{2}}. \quad (3.63)$$

Нормальная высота точки  $I$  получена по формуле:  $h_i = H_i - \zeta_i$ .

Установив условие  $m_{h_i} \leq \mu\sqrt{L}$ , где  $L$  – расстояние от базовой точки  $I$  до опорной точки  $i$ , мы можем рассчитать:

$$m_{h_i}^2 = m_{H_i}^2 + m_{\zeta_i}^2 \leq \mu^2 L. \quad (3.64)$$

По принципу равного влияния, имеем:

$$m_{H_i} = m_{\zeta_i} \leq \mu\sqrt{\frac{L}{2}} \quad (3.65)$$

Заменяв формулу (3.63) формулой (3.65), получим:

$$m_{H_i} = m_{h_i} \leq \mu \frac{\sqrt{3L}}{2} \quad (3.66)$$

Из приведенных выкладок получается, что для достижения точности отметки базовой точки в 3 мм при расстояниях от нее до опорной в интервале от 300 до 500 м, нормальная высота опорной точки должна быть определена с ошибкой не более 5,5 мм. В то же время геодезическая высота базовой точки по данным спутниковых определений должна иметь точность не хуже 2,5 мм. Для достижения точности отметки базовой точки в 5 мм, нормальная высота опорной точки должна быть определена с погрешностью не более 9,1 мм (III класс) и геодезическая высота базовой точки по данным спутниковых определений иметь СКП менее 4,1 мм.

Теперь выполним сравнение точности передачи отметки на монтажные горизонты при помощи традиционного метода и предлагаемого способа с использованием ГНСС-технологии.

В традиционном способе с использованием геометрического нивелирования с двумя нивелирами и мерной ленты, СКП ( $m$ ) передачи отметки определяется следующим образом [50]:  $m^2 = 4m_a^2 + m_l^2 + 2m_k^2 + m_o^2$ ,



где:  $m_a$  – ошибка отсчетов по рейке,  $m_l$  – ошибка измерения вертикального расстояния,  $m_K$  – ошибка компарирования рулетки и рейки,  $m_0$  – ошибка, зависящая от влияния всех других источников.

По принципу равного влияния имеем:  $m_a = m_K = m_0$ .

Если нивелир переносится на этажи  $n$  раз ( $n$  – количество этажей здания), то суммарная ошибка будет:  $m_l = n \cdot m_S$ , где:  $m_S$  – ошибка измерения расстояния. Тогда,  $m^2 = 7m_0^2 + m_l^2 = 7m_0^2 + n^2 m_S^2$ .

Предположим, что источники ошибок равны  $m_a = m_K = m_0 = 1$  мм,  $m_S = 1.5$  мм, мы имеем:  $m^2 = 7 + 1.5^2 n^2$  (мм).

Точность определения нормальной высоты по данным ГНСС-технологии в любой точке должна обеспечивать условие  $m_{h_i} \leq \mu \sqrt{L}$ , где  $L$  – среднее расстояние от базовой точки  $I$  до опорной точки  $i$ .

Допустим, что среднее расстояние от опорной точки до базовой точки составляет 400 м, средняя высота этажа здания составляет около 4 м, точность определения высотных отметок до IV класса. Примем высоты здания до 200 м. Результаты расчетов представлен в таблице 3.8.

Методика непосредственных геодезических измерений при передаче отметок имеет следующую последовательность. На земной поверхности устанавливаются геодезические пункты (точки I, II, III, IV в рисунке 3.12) и выполняются геометрическое нивелирование и спутниковые определения. Это будет основа для построения модели поверхности квазигеоида. Далее производится передача отметок на монтажные горизонты по технологии ГНСС. Таблица 3.8 – Точности передачи отметок при использовании метода геометрического нивелирования и метода измерений по ГНСС-технологии

Высоты здания (м)	СКП (мм)	
	геометрический метод	ГНСС – технологии
0	2.6	10.0
25	4.5	10.0
50	6.0	10.1
...	...	...
175	10.3	10.9
200	10.9	11.2

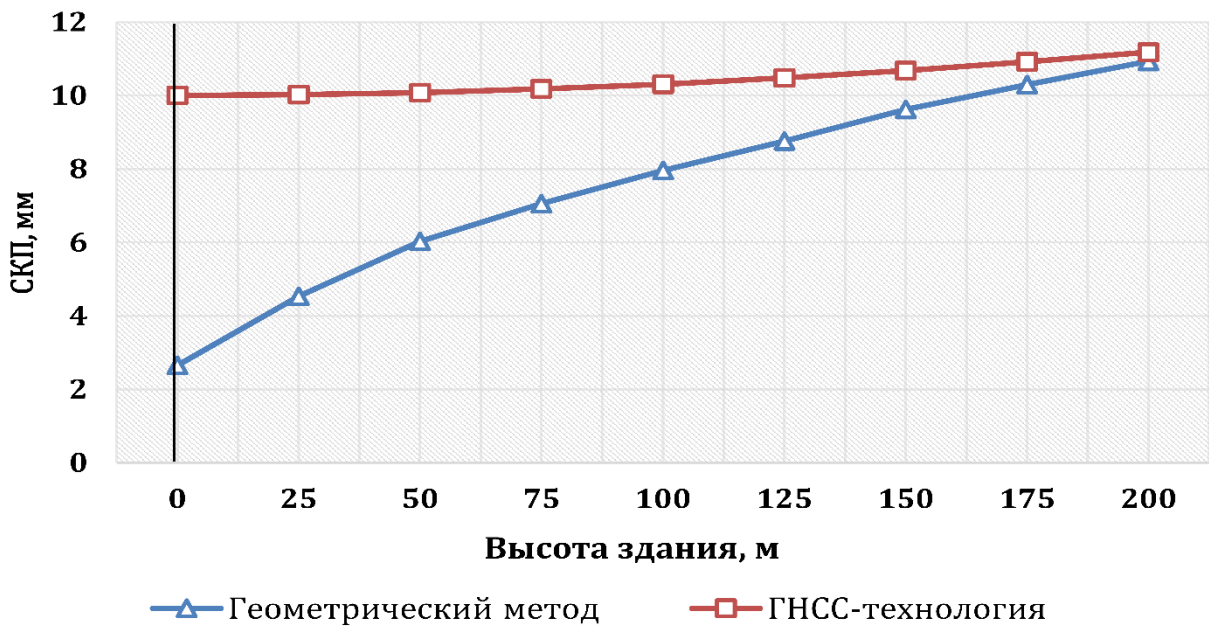


Рисунок 3.14 – Диаграмма погрешности определения отметок

Таким образом, показана область целесообразного применения ГНСС-технологии для определения отметок здания при его строительстве. Из диаграммы (рисунок 3.14) видно, что до высот 200 м геометрический (наземный) метод позволяет точнее передавать отметки на монтажные горизонты. В то же время применение ГНСС-технологии дает примерно одну точность.

На численных примерах показано, что точность определения отметок по ГНСС-технологии практически не зависит от высоты здания. Это особенно важно при строительстве высотных сооружений. В то же время расчеты показали, что передача высотных отметок не столь эффективна с применением ГНСС технологий в особенности на высоты до 200 м. В этой связи представляет интерес рассмотрение вопроса об использовании топоцентрической плоскости для вычислений расстояний или плановых координат при их переносе с геоцентрической системы координат. Рассмотрение этих вопросов важно в связи с широким использованием ГНСС технологии, при которой координаты получают на Земном эллипсоиде.

Одним из основных требований при создании опорной геодезической сети для строительства и в целом при измерениях является обеспечение

единства измерений. Применительно к созданию опорной геодезической сети (геодезической разбивочной основы- ГРО), она должна обеспечивать минимальные искажения длин линий относительно вычисленных по ГНСС технологии, т.е. необходимо выбрать соответствующее решение для преобразования координат из геоцентрической системы в местную систему координат (локальная плоская система координат на строительной площадке).

Ранее было показано преимущество топоцентрических координат при их использовании на относительно малых по площади территориях. В настоящее время во Вьетнаме выполняется довольно много работ по строительству протяженных объектов в сотни километров, например шоссе Нинь-бинь – Тхань-хоа, Ха-ной – Лаокай. Представляет интерес тестирования метода преобразования координат WGS-84 в местную локальную систему координат, представляющую собой топоцентрическую систему координат.

Для пунктов ГРО на строительной площадке определяют пространственные прямоугольные координаты  $(X, Y, Z)$  с использованием ГНСС-технологий. При этом геодезические координаты  $(B, L, H)$  получают в геоцентрической системе координат (WGS-84). Эти координаты должны быть переведены на проекционную поверхность со средней высотой строительной площадки, ориентированную перпендикулярно отвесной линии и рассматриваться как поверхность нивелирования, проходящая через точку средней высоты области (см. главу 1). При этом возникают погрешности, связанные с редуцированием длин линий.

Как показано в разделе 3.3, предлагается методика создания топоцентрической поверхности с учётом уклонения отвесной линии при вращении и перемещении эллипсоида. В соответствии с этой методикой нормальная высота выбранной произвольной точки  $P_0$  в районе предполагаемого строительства может быть определена с использованием локальной поверхности на вспомогательном эллипсоиде, отстоящем на величину  $\Delta h$  от WGS-84. Тогда нормальную высоту точки  $P_0$  можно определить как разность высоты  $h_0$  точки  $P_0$  и  $\Delta h$ , т. е.  $h_0 - \Delta h$ . Геодезические координаты  $P_0$

$(B_0, L_0, H_0)$ . Преобразование высоты  $H_0$  в  $h_0$  выполняется по нормали к эллипсоиду.

Параметры вспомогательного эллипсоида вычисляем следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= a + \frac{2 - e^2 \sin^2 B_0}{2\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_0}} (H_0 - h_0 + \Delta h) \\ e_1^2 &= e^2 - \frac{e^2 \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_0}}{a} (H_0 - h_0 + \Delta h) \end{aligned} \right\}, \quad (3.67)$$

где  $a_1$  и  $e_1^2$  – соответственно большая полуось и первый эксцентриситет вспомогательного эллипсоида;  $a$  и  $e^2$  – соответственно большая полуось и первый эксцентриситет эллипсоида (WGS-84).

После выполнения расчётов нормаль в точке  $P_0$  будет совпадать с отвесной линией, но сам эллипс сместится и соответственно его центр тоже. Образуется угол между плоскостью проекции (нормали) и плоскостью смещённого эллипсоида. Фактически этот угол соответствует углу уклонения отвесной линии. Координаты точек в трёхмерном пространстве с учётом поступательных перемещений определяем из выражения [55]:

$$\begin{pmatrix} X_i' \\ Y_i' \\ Z_i' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -(Z_i - Z_0) & Y_i - Y_0 \\ Z_i - Z_0 & 0 & -(X_i - X_0) \\ -(Y_i - Y_0) & X_i - X_0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos L_0 \sin B_0 & \sin L_0 \\ \sin L_0 \sin B_0 & -\cos L_0 \\ -\cos B_0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_\eta \\ \varepsilon_\xi \end{pmatrix} \quad (3.68)$$

где  $X_i', Y_i', Z_i'$  – координаты точек после смещения эллипсоида (вспомогательного эллипсоида);  $X_i, Y_i, Z_i$  – уравнированные координаты точек, полученные по технологии ГНСС;  $\varepsilon_\xi$  и  $\varepsilon_\eta$  – угол Эйлера, поворот вокруг осей соответственно  $y$  и  $x$ .

При использовании традиционного подхода пространственные координаты  $(X_i', Y_i', Z_i')$  переводим в геодезические  $(B_i', L_i', H_i')$ , а затем в местную систему координат на плоскости  $(x, y)$  с использованием соответствующей зоны, осевого меридиана и проекции UTM – VN2000 (Вьетнам). Применение показанных алгоритмов обеспечит принцип единства измерений и

соответственно их совместимость и позволит определить степень искажений длин линий в ГРО и выбрать наиболее приемлемый вариант ее создания.

Ниже приведены конкретные примеры использования предложенных алгоритмов.

### Экспериментальные исследования

Для проверки точности метода расчета координат ГНСС-точек по предлагаемому алгоритму преобразования был проведен расчет ГНСС-сети для строительства промышленной зоны Йен-фонг (Бак-нинь - Вьетнам). Длина промзоны около 7 км. Мы использовали 9 ГНСС-точек от YP3 до IVYP-1 (см. рисунок 3.15).

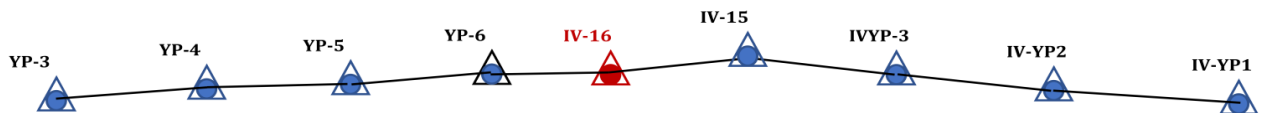


Рисунок 3.15 – Схема геодезических пунктов в промышленной зоне Йен-фонг (Вьетнам)

ГНСС определения пунктов выполнено приемником Trimble-R3. При обработке результатов измерений использовалась система координат VN-2000 с осевым меридианом на долготе  $105^{\circ} 30'$ .

Выполнены расчеты по преобразованию координат двумя способами перевода на топоцентрическую систему координат: простой перевод на топоцентрическую поверхность и перевод с учетом уклонения отвеса. Точку IV-16 выбрали в качестве исходной ( $P_0$ ).

Результаты измерений линий геодезического хода (рисунок 3.15) по данным спутниковых определений и переводе на плоские поверхности, включая перевод в систему координат VN-2000, ( $L_0 = 105^{\circ}30'$ , UTM-зона  $3^{\circ} m_0 = 0,9999$ ) сравнивались с результатами измерений электронным тахеометром TC303 (Leica). Результаты преобразования координат по двум направлениям (на проекцию UTM и топоцентрическую плоскость) приведены в таблицах 3.9 3.10 и 3.11.

Таблица 3.9 – Координаты на проекции UTM (105°30', 3°, m<sub>0</sub>= 0,9999)

№	Пункт	X	y	№	Пункт	x	y
1	IV15	2344375.319	551780.890	6	YP-03	2344947.767	549737.296
2	IV16	2344662.770	551279.180	7	YP-04	2344905.533	550106.462
3	IVYP1	2343442.276	552726.462	8	YP-05	2344886.251	550272.613
4	IVIP2	2343792.718	552356.510	9	YP-06	2344813.265	550797.272
5	IVYP3	2345352.691	551102.448				

Таблица 3.10 – Топоцентрические координаты

№	Пункт	x	y	z	№	Пункт	X	y	z
1	IV15	-449.115	595.322	2.926	6	YP-03	129.622	-1446.609	2.220
2	IV16	-160.056	94.495	3.253	7	YP-04	86.302	-1077.537	3.090
3	IVYP-1	-1385.271	1537.938	2.159	8	YP-05	66.513	-911.442	3.016
4	IVYP-2	-1033.592	1169.105	4.871	9	YP-06	-8.070	-386.973	0.948
5	IVYP-3	530.447	-80.106	-1.914					

Вычисленное отклонение отвеса (см. выражение в разделе 3.3):

$$\varepsilon_{\eta} = -3,401''; \varepsilon_{\xi} = 2,685''.$$

Таблица 3.11 – Геодезические координаты с учётом уклонения отвесной линий

№	Пункт	X	Y	Z
1	IV15	-1639729.325	5718895.500	2291401.637
2	IV16	-1639219.180	5718933.387	2291671.268
3	IVYP-1	-1638740.605	5719011.121	2291812.137
4	IVYP-2	-1640339.594	5718942.015	2290857.354
5	IVYP-3	-1638981.218	5718736.817	2292313.176
6	YP-03	-1637708.516	5719256.017	2291940.974
7	YP-04	-1638067.881	5719170.327	2291900.900
8	YP-05	-1638229.513	5719131.433	2291882.424
9	YP-06	-1638740.608	5719011.121	2291812.140

Таблица 3.12 – Результаты расчетов длин линий

Наименование линий	Длины линий по результатам измерений электронным тахеометром TC303 (м) (1)	Длины линий по данным спутниковых определений (м)					
		VN-2000 (L <sub>0</sub> = 105°30', UTM-зона 3°, m <sub>0</sub> = 0,9999) (2)		В топоцентрической системе координат (3)		Преобразование на основе учёта уклонений отвесной линий (4)	
		S1(м)	ΔS1 (мм)	S2(м)	ΔS2 (мм)	S3(м)	ΔS2 (мм)
YP3-YP4	371.597	371.580	17	371.601	-4	371.606	-9
YP4-YP5	167.266	167.260	6	167.267	-1	167.269	-3
YP5-YP6	529.745	529.711	34	529.738	7	529.749	-4
YP6-IV16	504.890	504.860	30	504.881	9	504.895	-5

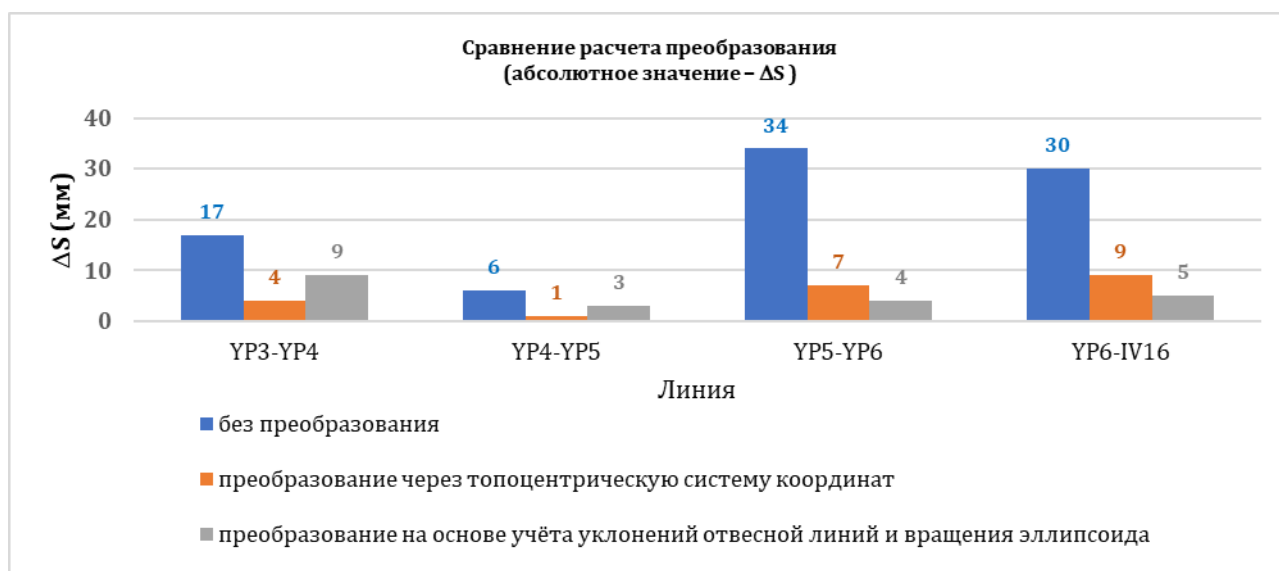


Рисунок 3.16 – Диаграмма результатов измерений

Из результатов экспериментальных исследований для ГНСС-хода при строительстве промышленной зоны Йен-фонг видно, что:

- длина линии, полученная по традиционной технологии (без преобразования на специальные поверхности (столбец 2)), имеет наибольшие отклонения от длины линии, измеренной непосредственно электронным тахеометром TC303 (столбец 1),

- результаты расчетов показывают, что длина линии, полученная в результате перевода координат на топоцентрическую поверхность и преобразований с учётом уклонов отвесной линий (столбец 4), эквивалентна между собой и существенно ближе к эталонному значению.

Таким образом, показано, что для линейных объектов использование топоцентрических координат весьма эффективно. Процесс преобразования координат имеет ясную логику и уменьшается количество промежуточных этапов. Метод преобразования, основанный на учёте уклонов отвесной линии и вращения эллипсоида также имеет высокую точность, но все же расчет уклонов отвесной линии довольно сложен (необходимо иметь не менее трёх точек, на которых определены нормальные высоты способом геометрического нивелирования). При изысканиях и строительстве на объектах, для которых не требуется высокой точности нормальных высот, основной проблемой являются

плановые координаты. Выше было показано, что когда высоты требуется определять по схеме нивелирования IV класса или технической точности, можно использовать метод расчета, приведенный выше.

Согласно результатам исследований [100] уклонение отвесной линий на территории Вьетнама может составлять 12,58" (при высоте местности 1200 м и более). При таких условиях строительства необходимо учитывать уклонение отвесной линий. Большая масса строительных работ во Вьетнаме распространена на высотах местности < 300 м (по сравнению с уровнем моря). Величина уклонений отвеса составляет 3"– 4". В пределах требуемого диапазона точности это значение часто игнорируется (не учитывается).

Для дальнейшей проверки возможности использования топоцентрической системы координат для линейных объектов (больших длин) выполнены расчеты на других объектах.

Геодезическая сеть создана в 2017 году в горной местности Тханьхоа (Вьетнам), высота местности около 200 м. Сеть является геодезической основой для строительства дороги общей протяженностью около 22 км. Дорога проходит вдоль реки «Ма» и представляет особую важность для социально-экономического развития горного региона.

Сеть измерялась четырьмя одночастотными приемниками GPS Trimble 4600LS. Сеть включает в себя 32 точек и 82 базовых линий. Центральный меридиан равен  $L_0 = 105^{\circ}0'00''$  (UTM-зона 3°). Схема геодезической сети показана на рисунке 3.17.

Для проверки искажений длин линий геодезической сети использованы измерения некоторых линий электронным тахеометром, которые сравнивались с расчетными значениями, полученные в результате преобразования ГНСС-измерений, в том числе в топоцентрическую систему координат. Результаты расчетов приведены в следующих таблицах.



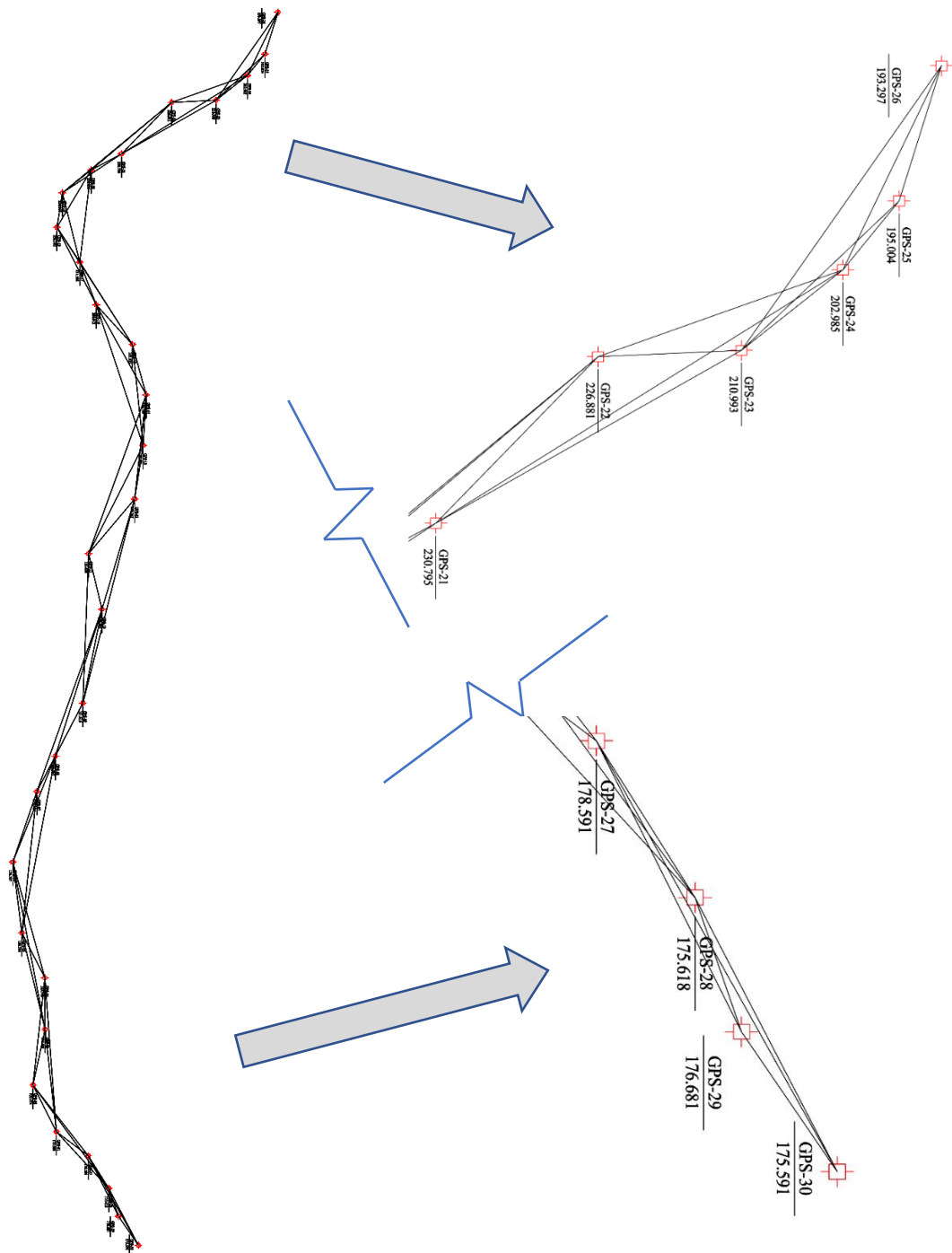


Рисунок 3.17 – Геодезическая сеть

Таблица 3.13 – Координаты на проекции UTM ( $L_0 = 105^\circ$ , UTM- 3<sup>o</sup>,  $m_0 = 0,9999$ )

№	Пункт	x	y	№	Пункт	X	y
1	GPS-01	2269907.591	453021.658	7	GPS-25	2271033.611	446687.075
2	GPS-09	2270050.299	450502.109	8	GPS-26	2271104.514	446441.073
3	GPS-10	2270153.62	449950.887	9	GPS-27	2270079.123	453162.971
4	GPS-11	2270081.234	449623.597	10	GPS-28	2270190.221	453354.213
5	GPS-23	2270770.008	446959.186	11	GPS-29	2270242.437	453517.979
6	GPS-24	2270939.687	446812.522	12	GPS-30	2270350.101	453688.753

Таблица 3.14 – Топоцентрические координаты

№	Пункт	x	y	z	№	Пункт	X	y	z
1	GPS-01	-249.205	3073.745	0.756	7	GPS-25	858.314	1074.175	-0.132
2	GPS-09	-113.317	2800.181	0.511	8	GPS-26	928.408	865.740	1.346
3	GPS-10	-11.581	2472.055	-2.630	9	GPS-27	-77.295	553.579	1.974
4	GPS-11	-84.937	2169.196	4.526	10	GPS-28	34.297	2.007	-0.001
5	GPS-23	595.587	1904.504	1.276	11	GPS-29	86.934	-325.100	3.753
6	GPS-24	764.799	1489.129	0.346	12	GPS-30	195.034	-647.216	2.670

Таблица 3.15 – Длины линий

Линия		Длина линии на проекции UTM (VN – 2000 $L_0 = 105^\circ$ ) (м)	Длина линии в топоцентрической системе координат (м)	Длина линии, измеренная – тахеометром (м)	Разности $d$ (мм)	
					UTM – тахеометр	Топоцентрическая система – тахеометр
GPS-01	GPS-27	222.268	222.247	222.254	14	-7
GPS-09	GPS-10	560.875	560.880	560.884	-9	-4
GPS-10	GPS-11	335.251	335.253	335.256	-5	-3
GPS-23	GPS-24	224.443	224.424	224.429	14	-5
GPS-24	GPS-25	156.930	156.915	156.921	9	-6
GPS-25	GPS-26	256.048	256.044	256.042	6	2
GPS-27	GPS-28	221.211	221.191	221.195	16	-4
GPS-28	GPS-29	171.909	171.902	171.897	12	5
GPS-29	GPS-30	201.902	201.883	201.887	15	-4

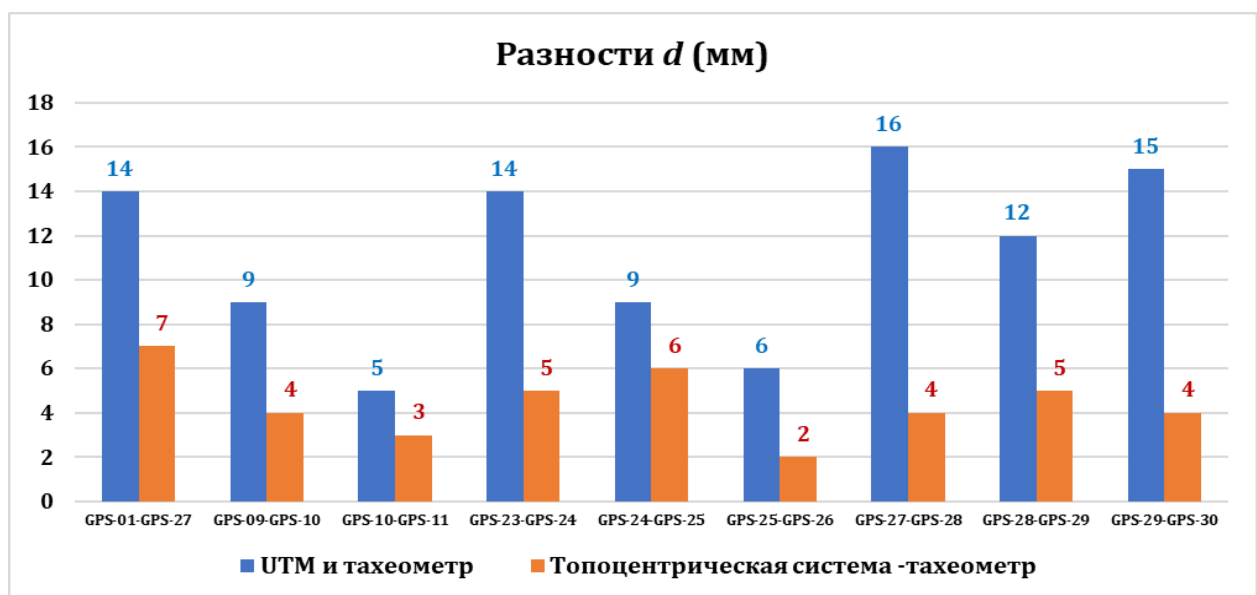


Рисунок 3.18 – Диаграмма разностей измеренных длин (абсолютное значение)

В результате проведенных измерений и вычислений получается, что для строительства протяженных объектов плановые координаты и длины линий при использовании топоцентрической системы координат получают минимальные расхождения при переводе ГНСС измерений на плоские проекции.

Важно отметить, что при выборе начала системы координат можно использовать практически любые координаты, принадлежащие геодезической основе. В случае, если линии слишком длинные ( $> 22$  км, см. первую главу), некоторые линии сети должны быть проверены измерениями электронным тахеометром.

Таким образом, в настоящей главе показано на конкретных примерах, что с помощью алгоритмов, представленных в главе 2, мы можем выполнить уравнивания ГНСС-измерений в топоцентрической системе координат. При создании опорной геодезической сети по ГНСС - технологии при строительстве линейных объектов большой протяженности (таких как автомобильные дороги, подземные тоннели, газопроводные работы и т.д.), эффективно применение алгоритма преобразования геоцентрических координат с учётом уклонений отвесной линий и вращения эллипсоида или на топоцентрическую плоскость.

### **3.5 Выводы по третьей главе**

В данной главе разработаны детальные алгоритмы определения нормальных высот по данным спутниковых определений. В частности, показаны алгоритмы использования интерполяционных формул, требующие определенного сочетания точек с известными нормальными высотами и промежуточных с геодезическими высотами; приведены выкладки для построения модели высот по локальному квазигеоиду, а также на основе учёта уклонений отвесных линий путем вращения эллипсоида.

При исследовании интерполяционных способов обосновано, что все четыре метода интерполяции дают приемлемые результаты. Так, около 80% тестовых линий имеют допустимую точность для нивелирования III класса, в

том числе для горных местностей. Естественно, обеспечивается 100% точность для технического нивелирования. Показано, что на практике целесообразно использовать интерполяционный метод, основанный на среднем весе измерений.

Получены важные результаты, свидетельствующие не столько о возможности, сколько о целесообразности применения ГНСС технологии для вычисления как нормальных высот, так и плановых координат. Последнее весьма эффективно с применением топоцентрической плоскости или алгоритма преобразования геоцентрических координат с учётом уклонений отвесной линий и вращения эллипсоида. Приведены конкретные примеры, показывающие эффективность использования отмеченных алгоритмов. Так, при сравнении величин длин геодезических сетей (геодезической основы в строительстве) применение топоцентрической поверхности дает приближение к инструментальным измерениям более чем в два раза выше, чем при использовании проекции UTM (аналог проекции Гаусса-Крюгера)

По результатам проведенных исследований сформулированы научные положения:

- Ориентирование топоцентрической плоскости целесообразно выполнять по нормали к отвесной линии, определение которой с требуемой точностью можно вычислять с учетом аномалий высот и вращением эллипсоида.
- Использование топоцентрических координат позволяет уменьшить погрешности проецирования длин линий геодезических сетей на участках до 20 км более чем двукратно относительно проекции Гаусса-Крюгера.

## ГЛАВА 4 ПРИМЕНЕНИЕ РАЗРАБОТАННОЙ МЕТОДИКИ ПОСТРОЕНИЯ ОПОРНОЙ СЕТИ НА ОБЪЕКТАХ ВЬЕТНАМА

Разработанные алгоритмы практического применения топоцентрических координат и определения нормальных высот на основе спутниковых определений позволяют их использовать на практике. При этом общая схема создания опорной сети представлена на рисунке 4.1 (Красным цветом выделены блоки, в которых автор провел усовершенствования):

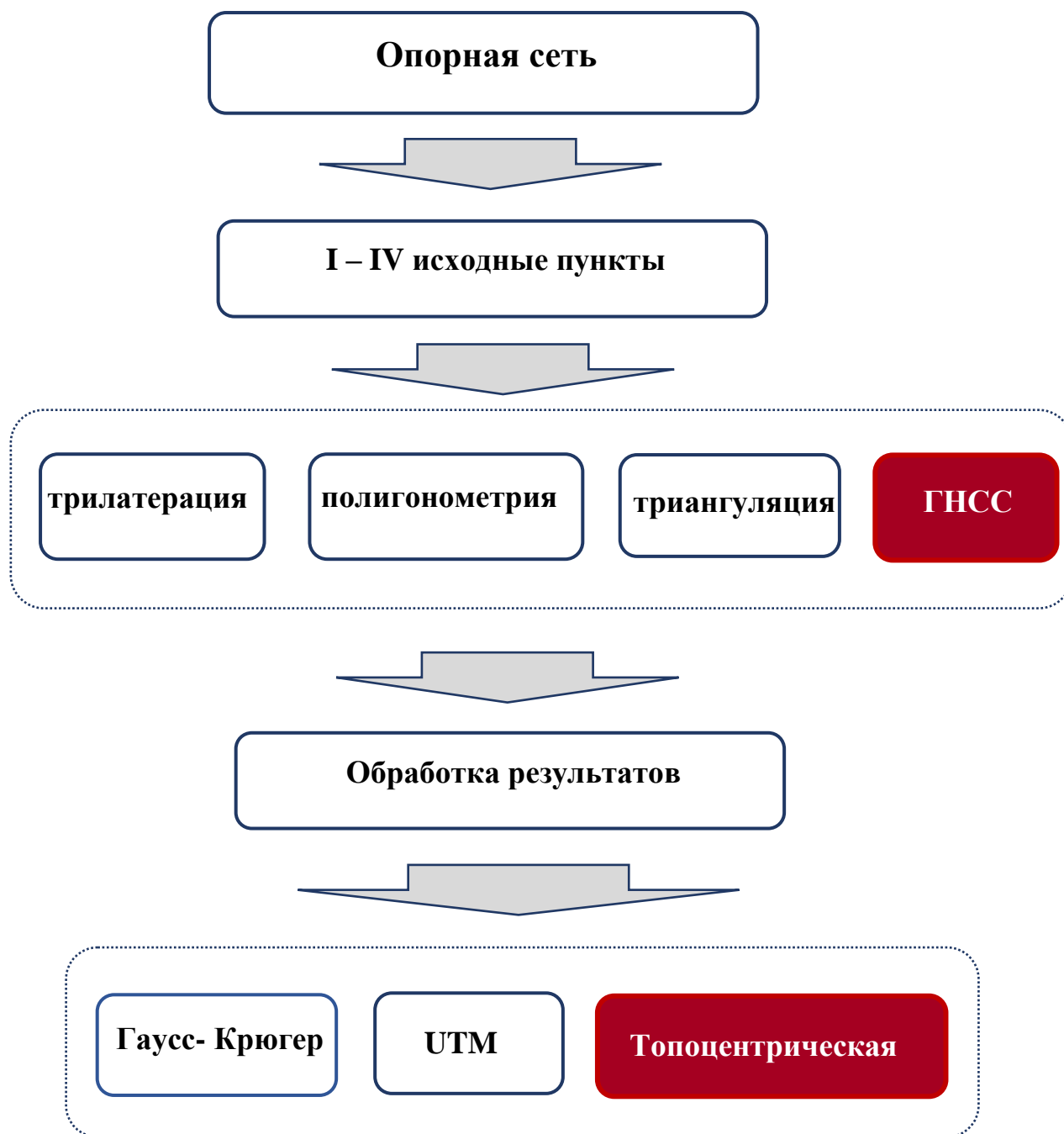


Рисунок 4.1 – Блок-схемы особых этапов создания опорной геодезической сети

#### **4.1 Создание опорной геодезической сети для нефтеперерабатывающего завода Зунг-куат**

Нефтеперерабатывающий завод (НПЗ) Зунг-куат (Dung Quat), расположен в центральной части Вьетнама, является единственным действующим НПЗ в стране. Установленная мощность Зунг-куат составляет 6,5 млн тонн, он введен в эксплуатацию в 2009 году. Город Куанг-нгай, образован по мере развития нефтеперерабатывающего завода Зунг-куат. Ранее провинцию Куан-нгай узнавали по горе «Ан» и реке «Ча», сегодня это промышленно развитый современный район.

Площадь НПЗ Зунг-куат составляет 338 гектаров на земле и 471 гектар водной поверхности. Всего площадь территории экономической зоны Зунг-куат равна 14.000 гектаров. Проектная мощность НПЗ 6,6 млн тонн сырой нефти в год (148.000 баррелей в день). Согласно поставленному плану – «на первом этапе на заводе будет перерабатываться 100% сырой нефти, добытой из месторождения Белый-тигр на морском шельфе Вьетнама, а после завершения строительства второго этапа на нем будет перерабатываться смесь 85% сырой нефти месторождения Белый-тигр и 15% *кислой* нефти Дубая». НПЗ Зунг-куат обеспечит примерно 30% спроса Вьетнама на нефтепродукты, и приносить в казну более 2000 млрд донгов каждый год.

В настоящее время ВНГ завершает разработку ТЭО в двух вариантах: в первом случае Вьетнам обеспечит инвестиции в модернизацию НПЗ самостоятельно, во втором - при участии российского «Газпрома», отмечают вьетнамские СМИ.

В настоящее время площадь НПЗ расширена на 108,2 га (сейчас завод занимает площадь 810 га), мощность увеличена с 6,5 млн до 10 млн тонн в год. Общий объем инвестиций составит \$1,8 - 2 млрд. Начало реализации нового проекта начато в I квартале 2015 года; во II квартале 2016 года передана земля под строительство, которое началось в III квартале 2017 года. Проект планируется завершить в 2021 году.



Рисунок 4.2 – Вид нефтеперерабатывающего завода Зунг-куат  
(провинция Куанг-нгай)

Исходя из разработок, приведенных в предыдущих главах, нами проведено преобразование координат и уравнивание ГНСС-сетей, составляющих геодезическую основу для инженерных работ при строительстве нефтеперерабатывающего завода Зунг-куат. Сеть измерялась четырьмя односторонними приемниками GPS Trimble 4600LS. Сеть включает в себя 15 точек (одна исходная точка **GPS-06**) и 34 базовых линий. Центральный меридиан равен  $L_0 = 108^{\circ}0'00''$  (UTM-зона 3<sup>o</sup>). Сетевая схема показана на рисунке 4.3.

Таблица 4.1 – Исходные данные

Пункт	Геодезические координат			Плоские координат	
	$B (^{\circ} \ ' \ '')$	$L (^{\circ} \ ' \ '')$	$H, м$	$x, м$	$y, м$
GPS-06	$15^{\circ} 22' 19.91538''$	$108^{\circ} 49' 9.83878''$	21,747	1700170.304	587966.345

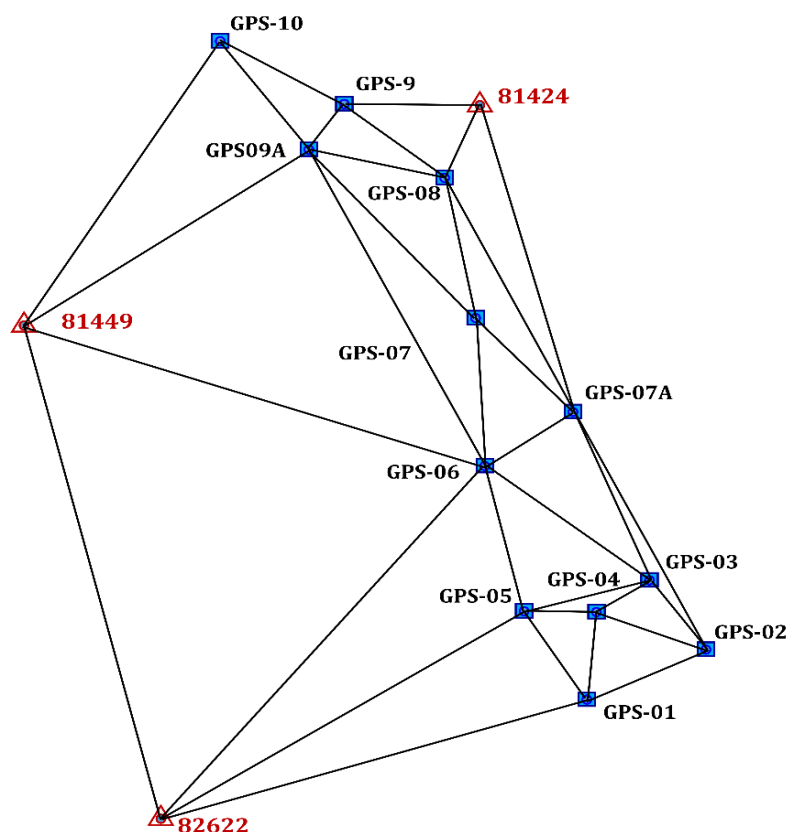


Рисунок 4. 3 – Схема ГНСС-сети при строительстве нефтеперерабатывающего завода Зунг-куат

Алгоритм уравнивания в топоцентрической системе координат, представлены в второй главе. Результаты уравнивания в топоцентрической системе координат показаны в таблицах ниже.

Таблица 4.2 – Приближенные координаты точек опорной сети

№	имя	$x^0$ (м)	$y^0$ (м)	$z^0$ (м)
1	GPS-01	1697252.796	588931.030	10.840
2	GPS-02	1697863.943	590073.776	6.779
3	GPS-03	1698737.381	589554.951	10.026
4	GPS-04	1698355.486	589025.609	87.085
5	GPS-05	1698355.189	588335.477	11.412
6	GPS-07	1701974.559	587875.754	8.086
7	GPS-07A	1700850.961	588809.250	8.087
8	GPS-08	1703777.083	587587.380	42.227
9	GPS-09	1704686.803	586625.049	14.763
10	GPS-09A	1704124.968	586281.876	3.920
11	GPS-10	1705468.244	585441.873	4.239
12	81424	1704675.109	587915.680	135.780
13	82622	1695774.211	584882.301	51.625
14	81449	1701925.764	583566.021	35.824
15	GPS-06	1700170.304	587966.345	21.747



После первого уравнивания получили результат со значением средней квадратичной ошибки  $\mu = 3.896$ . Продолжим второе уравнивание, а после разделим все элементы матриц весов на  $\mu^2=15.1788$ . Полученный результат имеет  $\mu = 1.00$ . Последние результаты уравнивания показаны в таблице 4.3 и таблице 4.4.

Таблица 4.3 – Конечные результаты уравнивания координаты точек опорной сети

№	Имя	B (° ' ")			L (° ' ")			H (м)
1	GPS-01	15	20	44.995621	108	49	42.181840	11.5845
2	GPS-02	15	21	4.876365	108	50	20.496685	7.547
3	GPS-03	15	21	33.294481	108	50	3.103511	10.3862
4	GPS-04	15	21	20.871485	108	49	45.354081	87.4331
5	GPS-05	15	21	20.861792	108	49	22.215291	11.6826
6	GPS-07	15	23	18.615472	108	49	6.800909	8.3432
7	GPS-07A	15	22	42.059557	108	49	38.103333	8.1795
8	GPS-08	15	24	17.258465	108	48	57.129672	43.2641
9	GPS-09	15	24	46.854734	108	48	24.854640	16.5132
10	GPS-09A	15	24	28.575432	108	48	13.346673	5.3762
11	GPS-10	15	25	12.275313	108	47	45.170540	2782205
12	81424	15	24	46.472756	108	49	8.139620	137.3805
13	82622	15	19	56.885738	108	47	26.447051	53.8948
14	81449	15	23	17.014126	108	46	42.279625	37.5850
15	GPS-06	15	22	19.915379	108	49	9.838779	21.7470

Таблица 4.4 – Топоцентрические координаты точек после уравнивания с ошибками измерений

№	имя	координат			m <sub>x</sub> (м)	m <sub>y</sub> (м)	m <sub>z</sub> (м)	m <sub>p</sub> (м)
		x'(м)	y'(м)	z'(м)				
1	GPS-01	1697252.796	588931.0296	10.8403	0.0025	0.0027	0.008	0.0037
2	GPS-02	1697863.943	590073.7757	6.7794	0.0023	0.0024	0.0073	0.0033
3	GPS-03	1698737.381	589554.9508	10.0265	0.0025	0.0025	0.0079	0.0035
4	GPS-04	1698355.486	589025.6092	87.0854	0.0024	0.0024	0.0075	0.0034
5	GPS-05	1698355.189	588335.4772	11.4121	0.0023	0.0024	0.0074	0.0033
6	GPS-07	1701974.559	587875.754	8.0859	0.0019	0.0023	0.0056	0.003
7	GPS-07A	1700850.961	588809.2504	8.0873	0.0018	0.0021	0.0055	0.0028
8	GPS-08	1703777.083	587587.3798	42.2269	0.002	0.0025	0.0061	0.0032

## Продолжение таблицы 4.4

9	GPS-09	1704686.803	586625.0485	14.7635	0.0021	0.0026	0.0067	0.0033
10	GPS-09A	1704124.968	586281.8764	3.9204	0.0019	0.0026	0.0061	0.0032
11	GPS-10	1705468.244	585441.873	4.2386	0.0024	0.003	0.0074	0.0038
12	81424	1704675.109	587915.68	135.7799	0.0022	0.0025	0.0064	0.0033
13	82622	1695774.212	584882.3015	51.6253	0.0027	0.0028	0.0088	0.0039
14	81449	1701925.764	583566.0205	35.8244	0.0022	0.0025	0.0069	0.0034
15	GPS-06	1700170.304	587966.345	21.747	–	–	–	–

Таблица 4.5 – Результаты оценки точности

№	Линия		S(м)	$m_s$ (м)	$m_s/S$	Азимут ( $\alpha$ )	$m_\alpha$ (")
1	81424	GPS-07A	3927.159	0.0017	1:2354436	166 50 52.6	0.09
2	81424	GPS-08	956.154	0.0011	1:890853	200 4 53.05	0.22
3	81424	GPS-09	1290.684	0.0012	1:1073088	270 31 8.79	0.19
4	81449	GPS-09A	3494.621	0.0019	1:1863752	51 0 2.39	0.10
5	81449	GPS-10	4008.49	0.0021	1:1931815	27 54 9.34	0.10
6	82622	81449	6290.802	0.0027	1:2297205	347 55 20.07	0.09
7	82622	GPS-01	4310.268	0.0029	1:1486228	69 56 16.59	0.12
8	82622	GPS-05	4311.133	0.0027	1:1625535	53 13 29.19	0.12
9	82622	GPS-06	5370.005	0.0028	1:1919330	35 3 4.58	0.10
10	GPS-01	GPS-04	1106.739	0.0017	1:658278	4 54 8.49	0.29
11	GPS-01	GPS-05	1252.977	0.0018	1:679982	331 37 13.72	0.32
12	GPS-02	GPS-01	1295.905	0.0021	1:627425	241 51 42.82	0.33
13	GPS-03	GPS-02	1015.911	0.0022	1:455800	149 17 22.47	0.47
14	GPS-03	GPS-04	652.722	0.0024	1:272606	234 11 28.77	0.70
15	GPS-03	GPS-05	1277.962	0.0024	1:524800	252 35 54.97	0.37
16	GPS-03	GPS-06	2139.377	0.0022	1:958117	312 3 1.67	0.26
17	GPS-04	GPS-02	1157.699	0.0016	1:735573	115 7 28.17	0.32
18	GPS-04	GPS-05	690.132	0.0018	1:390172	269 58 31.09	0.54
19	GPS-05	GPS-06	1852.269	0.0022	1:834052	348 30 17.15	0.28
20	GPS-06	81449	4737.562	0.0024	1:1951072	291 44 56.28	0.10
21	GPS-06	GPS-07	1806.528	0.0019	1:971469	357 7 32.21	0.26

*Продолжение таблицы 4.5*

22	GPS-06	GPS-07A	1083.413	0.0021	1:514576	51 4 43.28	0.35
23	GPS-07A	GPS-02	3243.655	0.0017	1:1939505	157 3 18.35	0.11
24	GPS-07A	GPS-03	2241.269	0.0022	1:1026880	160 33 59.2	0.21
25	GPS-07A	GPS-07	1460.783	0.0013	1:1095344	320 16 47.5	0.21
26	GPS-08	GPS-07	1825.447	0.0015	1:1248919	170 54 38.32	0.24
27	GPS-08	GPS-07A	3170.987	0.0015	1:2116161	157 20 9.2	0.11
28	GPS-08	GPS-09	1324.262	0.0011	1:1236332	313 23 24.66	0.17
29	GPS-09	GPS-09A	658.35	0.0016	1:423117	211 25 0.69	0.63
30	GPS-09A	GPS-06	4298.465	0.0019	1:2221449	156 55 43.22	0.12
31	GPS-09A	GPS-07	2676.697	0.0018	1:1490892	143 27 15.33	0.18
32	GPS-09A	GPS-08	1351.06	0.0021	1:634587	104 55 16.3	0.20
33	GPS-09A	GPS-10	1584.297	0.0017	1:932746	327 58 50.3	0.25
34	GPS-10	GPS-09	1417.941	0.0024	1:581399	123 26 35.6	0.31

#### **4.2 Создание опорной геодезической сети при строительстве цементного завода Тхай-нгуен**

Цементное производство во Вьетнаме за последние десять лет непрерывно ежегодно растет в среднем на 10-20%. К концу 2009 года в стране насчитывалось 97 линий по производству цемента общей проектной мощностью около 58 млн. т. Согласно прогнозу до 2020 года, ожидается сохранение тенденции роста цементного производства. Цементный завод Тхай-нгуен (Thai Nguyen) (рисунок. 4.4) был построен Вьетнамской промышленной строительной корпорацией с полной производственной линией с передовыми технологиями и современным оборудованием. Мощность печи составляет 4000 тонн клинкера в день (что эквивалентно 1 260 000 тонн клинкера в год), производя 1520 000 тонн цемента в год (80% от ПХД 40 и 20% от ПХД 50).



Рисунок 4.4 – Вид цементного завода Тхай-нгуен (провинция Тхай-нгуен)

Опираясь на разработки, приведенные в главах 2-3, проведено преобразование координат и уравнивание ГНСС-сетей цементного завода Тхай-нгуен. Опорная сеть измерялась четырьмя одночастотными приемниками GPS Trimble 4600LS. Сеть включает в себя 21 точку (одна исходная точка **GPS-02**) и 51 базовую линию. Центральный меридиан равен  $L_0 = 105^{\circ}0'00''$  (UTM-зона 3<sup>o</sup>). Сетевая схема показана на рисунке 4.5.

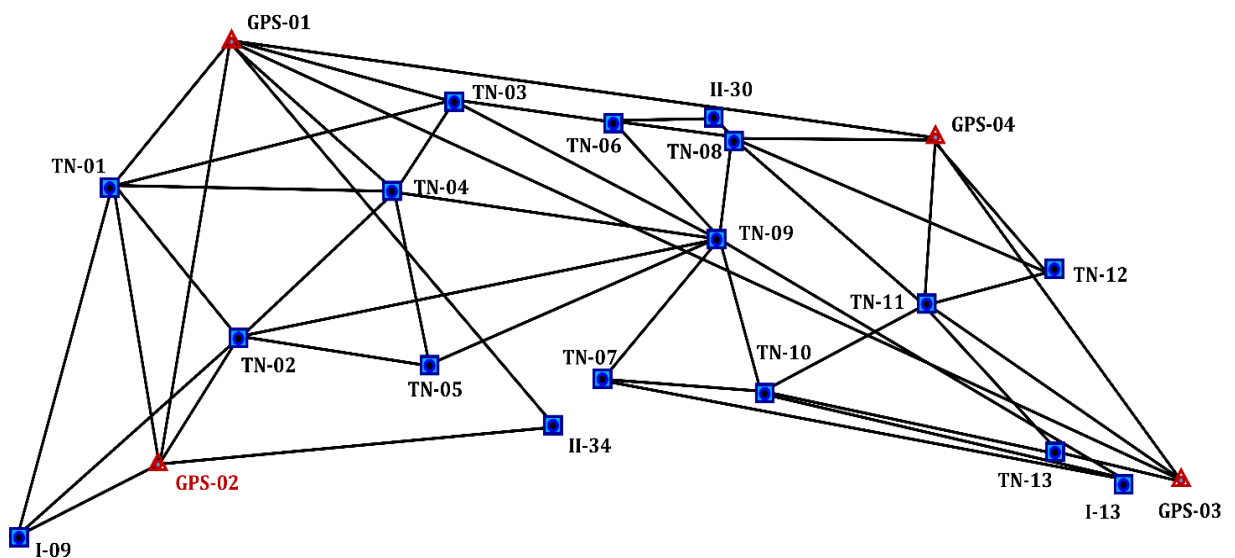


Рисунок 4.5 – Схема опорной сети, построенной по ГНСС измерениям  
(цементный завод Тхайнгуен)

Таблица 4.6 – Исходные данные

Пункт	Геодезические координаты			Плоские координаты	
	$B$ (° ' ")	$L$ (° ' ")	$H$ , м	$x$ , м	$y$ , м
GPS-02	21°41'56.70236"	105°52'25.18872"	13,371	2400495.365	590398.986

Используя алгоритмы уравнивания в топоцентрической системе координат, представленные в третьей главе, проведено уравнивание геодезической сети. Результаты уравнивания в топоцентрической системе координат показаны в таблицах ниже.

Таблица 4.7 – Приближенные координаты точек (первое уравнивание)

№	имя	$x^0$ (м)	$y^0$ (м)	$z^0$ (м)
1	TN-01	2400772.549	590348.082	12.530
2	TN-02	2400621.258	590488.417	18.502
3	TN-03	2400856.358	590729.499	21.825
4	TN-04	2400763.799	590665.049	21.015
5	TN-05	2400592.925	590700.598	21.415
6	TN-06	2400834.081	590905.089	24.747
7	TN-07	2400578.988	590892.215	23.400
8	TN-08	2400818.631	591043.838	26.755
9	TN-09	2400717.715	591030.164	26.257
10	TN-10	2400557.593	591068.944	25.927
11	TN-11	2400652.556	591257.476	31.031
12	TN-12	2400686.334	591396.382	43.331
13	TN-13	2400498.230	591437.888	34.016
14	I-09	2400424.023	590238.086	12.296
15	I-13	2400482.215	591480.957	34.610
16	II-30	2400835.472	591025.903	32.242
17	II-34	2400531.276	590845.385	20.839
18	GPS-01	2400912.852	590477.773	19.584
19	GPS-03	2400479.753	591550.065	35.150
20	GPS-04	2400814.839	591270.377	44.795
21	GPS-02	2400495.365	590398.986	13.371

После первого уравнивания получили результат со значением средней квадратичной ошибки  $\mu = 3.793$ . Продолжим второе уравнивание, а после разделим все элементы матриц весов на  $\mu^2=14.3868$ . Полученный результат

имеет  $\mu = 1.00$ . Последние результаты уравнивания показаны в таблице 4.8 и таблице 4.9.

Таблица 4.8 – Геодезические координаты точек после уравниваний

№	Имя	B (° ' ")			L (° ' ")			H (м)
1	TN-01	21	42	5.714318	105	52	23.417738	12.5365
2	TN-02	21	42	0.795450	105	52	28.300010	18.5038
3	TN-03	21	42	8.439017	105	52	36.687416	21.8439
4	TN-04	21	42	5.429740	105	52	34.445117	21.0261
5	TN-05	21	41	59.874199	105	52	35.681773	21.4233
6	TN-06	21	42	7.714587	105	52	42.796259	24.7761
7	TN-07	21	41	59.420916	105	52	42.348088	23.4197
8	TN-08	21	42	7.212121	105	52	47.623345	26.7959
9	TN-09	21	42	3.931097	105	52	47.147481	26.2923
10	TN-10	21	41	58.725077	105	52	48.496440	25.9622
11	TN-11	21	42	1.812280	105	52	55.055584	31.0907
12	TN-12	21	42	2.910223	105	52	59.888106	43.4121
13	TN-13	21	41	56.794397	105	53	1.331736	34.1010
14	I-09	21	41	54.382832	105	52	19.591065	12.2979
15	I-13	21	41	56.273646	105	53	2.830041	34.7022
16	II-30	21	42	7.759676	105	52	46.999410	32.2815
17	II-34	21	41	57.869707	105	52	40.718828	20.8542
18	GPS-01	21	42	10.275892	105	52	27.929758	19.5984
19	GPS-03	21	41	56.193444	105	53	5.234292	35.2543
20	GPS-04	21	42	7.088443	105	52	55.504627	44.8624
21	GPS-02	21	41	56.702357	105	52	25.188723	13.3710

Таблица 4.9 – Топоцентрические координаты точек после уравниваний и ошибки измерения точек

№	имя	координат			m <sub>x</sub> (м)	m <sub>y</sub> (м)	m <sub>z</sub> (м)	m <sub>p</sub> (м)
		x'(м)	y'(м)	z'(м)				
1	TN-01	2400772.549	590348.0815	12.5301	0.0009	0.001	0.0023	0.0014
2	TN-02	2400621.258	590488.4166	18.5019	0.0009	0.001	0.0023	0.0014
3	TN-03	2400856.358	590729.4987	21.8251	0.0011	0.0012	0.0026	0.0016
4	TN-04	2400763.799	590665.0487	21.0148	0.001	0.0011	0.0024	0.0015
5	TN-05	2400592.925	590700.598	21.4154	0.0012	0.0013	0.0028	0.0018
6	TN-06	2400834.081	590905.0892	24.7469	0.0012	0.0013	0.0029	0.0017
7	TN-07	2400578.988	590892.2149	23.4001	0.0013	0.0013	0.0032	0.0018
8	TN-08	2400818.631	591043.8376	26.7551	0.0011	0.0012	0.0028	0.0017

## Продолжение таблицы 4.9

9	TN-09	2400717.715	591030.1635	26.2572	0.0011	0.0011	0.0026	0.0016
10	TN-10	2400557.593	591068.9443	25.9267	0.0012	0.0012	0.003	0.0017
11	TN-11	2400652.556	591257.4763	31.031	0.0012	0.0013	0.003	0.0018
12	TN-12	2400686.334	591396.3817	43.3313	0.0013	0.0014	0.0034	0.0019
13	TN-13	2400498.23	591437.888	34.0164	0.0014	0.0014	0.0033	0.0019
14	I-09	2400424.023	590238.0856	12.2955	0.0012	0.0014	0.003	0.0018
15	I-13	2400482.215	591480.9567	34.6104	0.0014	0.0013	0.0035	0.0019
16	II-30	2400835.472	591025.9034	32.2415	0.0015	0.0018	0.004	0.0023
17	II-34	2400531.276	590845.3846	20.8385	0.0016	0.0012	0.003	0.002
18	GPS-01	2400912.852	590477.7727	19.5842	0.0012	0.0011	0.0025	0.0016
19	GPS-03	2400479.753	591550.0653	35.1504	0.0013	0.0013	0.0031	0.0018
20	GPS-04	2400814.839	591270.3766	44.7949	0.0013	0.0013	0.0031	0.0018
21	GPS-02	2400495.365	590398.986	13.371	–	–	–	–

Таблица 4.10 – Оценки точности

№	Линия		S(м)	m <sub>S</sub> (м)	m <sub>S</sub> /S	Азимут (α)	m <sub>α</sub> (")
1	GPS-01	GPS-02	424.856	0.0012	1:361833	190 41 13.12	0.53
2	GPS-01	II-34	529.848	0.0013	1:400544	136 4 4.07	0.58
3	GPS-01	TN-01	191.062	0.0011	1:169240	222 44 57.48	1.28
4	GPS-02	I-09	176.007	0.0011	1:153727	246 5 16.71	1.62
5	GPS-02	II-34	447.841	0.0013	1:354779	85 24 2.54	0.72
6	GPS-02	TN-01	281.82	0.001	1:286165	349 35 37.19	0.7
7	GPS-03	GPS-01	1156.454	0.0012	1:929967	291 59 37.49	0.22
8	GPS-03	GPS-04	436.472	0.0008	1:576146	320 8 56.25	0.39
9	GPS-04	GPS-01	798.641	0.0013	1:629649	277 2 57.74	0.3
10	GPS-04	TN-08	226.571	0.0008	1:280161	270 57 32.67	0.7
11	I-09	TN-01	365.471	0.0009	1:414423	17 30 57.13	0.73
12	II-30	TN-06	120.822	0.0013	1:90346	269 20 24.41	1.85
13	TN-02	GPS-02	154.424	0.0008	1:193293	215 23 19.75	1.53
14	TN-02	I-09	318.696	0.0009	1:362030	231 45 56.07	0.82
15	TN-02	TN-01	206.356	0.0008	1:263500	317 9 5.47	0.54
16	TN-03	GPS-01	257.988	0.0012	1:212596	282 38 56.90	0.89

## Продолжение таблицы 4.10

17	TN-03	TN-01	390.516	0.0008	1:480792	257 36 26.63	0.42
18	TN-03	TN-04	112.787	0.0006	1:175563	214 51 0.21	1.55
19	TN-04	GPS-01	239.351	0.0012	1:195657	308 30 58.59	0.98
20	TN-04	TN-01	317.088	0.0008	1:408131	271 34 52.84	0.44
21	TN-04	TN-02	226.973	0.0005	1:443235	231 5 48.30	0.72
22	TN-05	TN-02	214.065	0.0009	1:228322	277 36 20.61	0.77
23	TN-05	TN-04	174.532	0.0009	1:189772	348 14 51.24	0.92
24	TN-06	TN-03	176.998	0.0007	1:242971	277 13 49.40	0.7
25	TN-06	TN-08	139.606	0.0007	1:195587	96 21 13.12	0.9
26	TN-06	TN-09	170.835	0.0008	1:216760	132 56 3.52	0.73
27	TN-07	I-13	596.642	0.0007	1:823265	99 20 3.76	0.31
28	TN-08	II-30	24.602	0.0013	1:18423	313 11 57.44	9.54
29	TN-08	TN-03	316.595	0.0008	1:416520	276 50 37.65	0.42
30	TN-08	TN-06	139.606	0.0007	1:195587	276 21 13.12	0.9
31	TN-08	TN-09	101.839	0.0006	1:162244	187 42 59.59	1.48
32	TN-09	I-13	508.6	0.0008	1:661410	117 34 59.03	0.37
33	TN-09	TN-02	550.267	0.0007	1:740015	259 54 15.90	0.3
34	TN-09	TN-03	331.091	0.0007	1:447656	294 45 19.45	0.34
35	TN-09	TN-04	368.012	0.0008	1:455518	277 11 37.33	0.38
36	TN-09	TN-05	352.4	0.0008	1:435238	249 15 39.33	0.63
37	TN-09	TN-07	195.64	0.0007	1:269330	224 50 20.14	0.73
38	TN-09	TN-10	164.751	0.0007	1:228108	166 23 7.46	0.8
39	TN-10	GPS-03	487.377	0.0007	1:687412	99 11 24.32	0.32
40	TN-10	I-13	418.851	0.0007	1:560470	100 22 3.15	0.45
41	TN-10	TN-07	178.02	0.0007	1:263725	276 54 10.52	0.94
42	TN-10	TN-11	211.098	0.0007	1:317521	63 15 56.26	0.72
43	TN-10	TN-13	373.689	0.0008	1:486932	99 8 26.00	0.46
44	TN-11	GPS-03	339.807	0.0007	1:500226	120 33 57.75	0.41
45	TN-11	GPS-04	162.795	0.0007	1:234132	4 32 42.16	0.92
46	TN-11	TN-08	270.596	0.0007	1:378983	307 51 36.79	0.56
47	TN-11	TN-13	237.413	0.0008	1:308896	130 32 38.86	0.64
48	TN-12	GPS-04	179.974	0.0008	1:226178	315 33 45.45	0.99



*Продолжение таблицы 4.10*

49	TN-12	TN-08	376.55	0.0009	1:434147	290 34 9.32	0.45
50	TN-12	TN-11	142.953	0.0008	1:170875	256 19 56.57	1.07
51	TN-13	GPS-03	113.689	0.0007	1:154031	99 21 10.43	1.42

Когда уравнивание геодезической сети выполняется в локальной топоцентрической системе, необходимо проведение двух этапов. После первого уравнивания получили результат со значением СКП ( $\mu$ ), которая является основой для стандартизации веса ГНСС-измерения. На втором этапе, если значение  $\mu$  не удовлетворяет заданной точности, производим уравнивание ещё раз (возможно проведение новых измерений).

Использовать уравненные координаты точек можно сразу в строительной системе координат. Исходная точка выбирается около центра разбивочной сети, поэтому в топоцентрической системе не искажается проекция и высоты сети, по сравнению с поверхностью эллипсоида. Результаты оценки точности после уравнивания сети в топоцентрической системе координат показали достоверность алгоритма, и в полной мере достигнута требуемая точность при изысканиях и строительстве. СКП плоскости положения пункта (см таблицы) в топоцентрической системе соответствует тем значениям, которые получаются при традиционным использованием ГНСС-методов. Уравнивание ГНСС-сети в топоцентрической системе координат проводится на коротких линиях, что обеспечивает тесную связь и не искажает размер сети. Этот метод весьма целесообразно применять для создания геодезических сетей при строительстве.

### **4.3 Обработка высотной основы с учётом уклонов отвесной линии**

Объект исследования – завод по производству этанола, расположенный на севере Вьетнама. Северная этанольная топливная установка была построена в районе Там-нонг, провинция Фу-тхо, общей площадью 517 981,7 м<sup>2</sup>, мощностью 100 000 м<sup>3</sup> / год, с использованием, главным образом, маниоки и сахарного тростника. Геодезическая сеть состоит из 13 пунктов (рисунок 4.6).

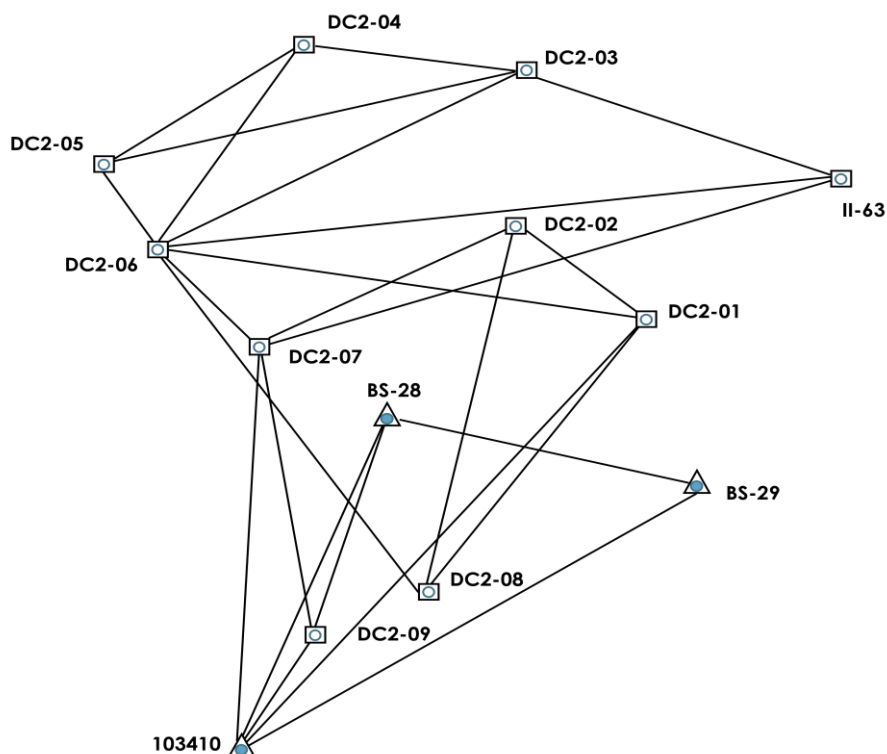


Рисунок 4. 6 – Схема геодезической сети

Координаты точек получены с помощью технологии ГНСС, а отметки – геометрического нивелирования. Эксперимент состоял в определении нормальных высот трёх точек по алгоритму, приведённому выше, четыре точки приняты за опорные (таблица 4.11).

Таблица 4.11 – Исходные данные

Пункт	$B$	$L$	$H$ , м	$h$ , м	Примечание
BS-28	21°18'02,412"	105°15'23,651"	44,564	16,113	Исходный
BS-29	21°18'09,012"	105°15'30,831"	44,842	16,413	Исходный
103410	21°17'43,368"	105°15'05,394"	43,829	16,364	Исходный
II-63	21°18'12,558"	105°15'34,106"	44,584	16,129	Исходный
DC2-01	21°18'06,919"	105°15'28,678"	44,486	16,018	Эксперимент
DC2-08	21°18'59,805"	105°15'20,093"	44,358	15,899	Эксперимент
DC2-09	21°17'57,249"	105°15'18,058"	44,473	16,084	Эксперимент

Сначала выполнили вычисления по формулам (3.39)–(3.45). Для экспериментальных точек получили следующие отклонения:

$$\begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1119.0742 \\ -120.0024 \\ 973.8711 \end{bmatrix}.$$

В таблице 4.12 приведены результаты вычисления разностей отметок экспериментальных пунктов.

Таблица 4.12 – Разность отметок экспериментальных пунктов

Пункт	Отметка, м			Разность, мм	
	вычисленная		измеренная	без учёта отклонения отвеса	с учётом отклонения отвеса
	без учёта отклонения отвеса	с учётом отклонения отвеса			
DC2-01	16,015	16,016	16,018	-3	-2
DC2-08	15,909	15,902	15,899	10	3
DC2-09	16,091	16,089	16,084	7	5

По формулам (3.35)–(3.38) составили систему уравнений и определили отклонения отвеса:  $\varepsilon_{\eta} = 3,021''$ ;  $\varepsilon_{\xi} = 2,775''$ . Далее вычислили координаты с учётом уклонения отвесных линий (таблица 4.13). На диаграмме (рисунок 4.7) представлены результаты вычисления нормальных высот.

Таблица 4.13 – Геодезические координаты, рассчитанные с учётом влияния отклонения отвеса

Пункт	<i>B</i>	<i>L</i>	<i>H</i> , м
BS-28	21°18'2,419978"	105°15'23,651212"	-107,859
103410	21°17'43,376671"	105°15'5,393770"	-108,681
DC2-01	21°18'6,927194"	105°15'28,677882"	-108,097
DC2-08	21°17'59,812762"	105°15'20,093109"	-107,842
DC2-09	21°17'57,257012"	105°15'18,057749"	-107,758

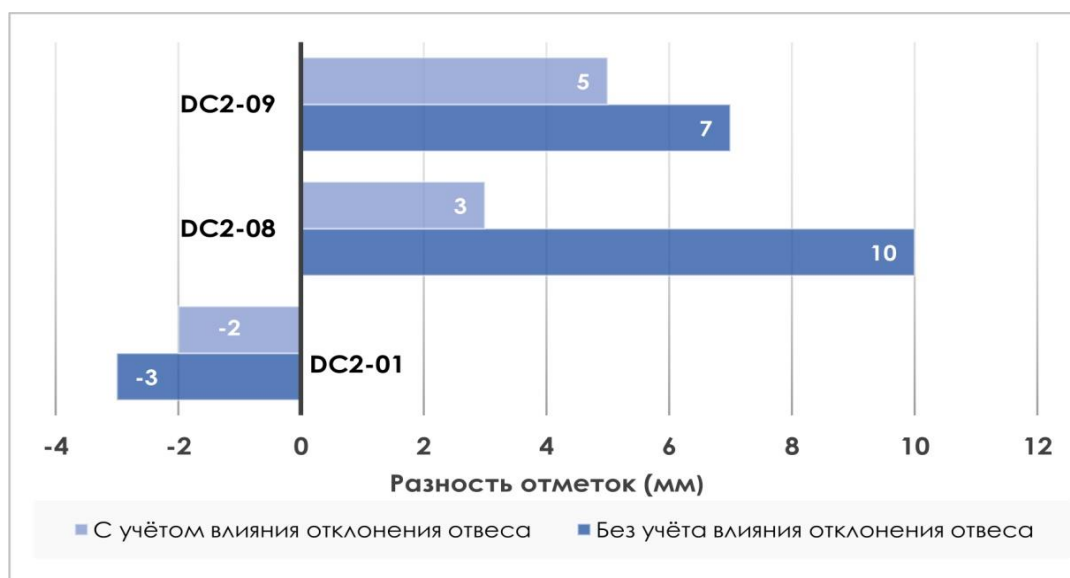


Рисунок 4. 7 – Диаграмма нормальных высот

#### 4.4 Выводы по четвертой главе

Проведенная практическая проверка разработанной методики на двух объектах Вьетнама показала, что применение топоцентрической поверхности, которая ориентируется по нормали к отвесной линии, обеспечивает нормативную точность как плановых координат, так и высотной основы.

Для НПЗ СКП плоскости положения пункта  $\sim 4$  мм и  $m_S / S$  (максимум)  $1/2720000$ . Для цементного завода СКП пункта  $\sim 2,3$  мм и  $m_S / S$  (максимум)  $1/1540000$  с расстоянием 114 м. Результаты, приведенные в таблицах, показывают соотношение длин линий после преобразования в топоцентрическую систему, длины линий в проекции Гаусса-Крюгер и их величины, измеренные тахеометром. Используя локальную топоцентрическую систему координат, достигаются минимальные искажения длин линий в опорной инженерно-геодезической сети при производстве измерений спутниковыми методами.

При использовании технологий ГНСС определение нормальных высот возможно путём определения промежуточной плоскости эллипсоида и учёта отклонения отвеса. При этом достижима точность определения нормальных высот в пределах 0,5 см. Безусловно, эти результаты хоть и обнадеживающие, но всё же предварительные, требуется проведение подобных экспериментов на других территориях с возможной вариацией опорных и экспериментальных точек геодезической сети.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации приведены результаты исследований на актуальную тему создания опорных геодезических сетей с использованием спутниковых технологий определения топоцентрических координат. Основные результаты диссертационной работы заключаются в следующем:

1. Проведен анализ и сделан выбор в пользу использования топоцентрических координат в строительстве. Использование цилиндрических проекций (UTM или Гаусса-Крюгера) дает значительные ошибки при строительстве протяженных и крупных объектов (в особенности распространяющихся в широтном направлении).

2. Расстояния между точками при уравнивании ГНСС-сетей в локальной топоцентрической прямоугольной горизонтальной системе, можно сказать, не искажаются относительно поверхности эллипсоида (локальная плоскость с условным радиусом  $L$ , который составляет **11 км**). Контрольные точки следует принимать такие, которые располагаются ближе к центру топоцентрической поверхности, где искажения весьма чувствительно отражаются на ее периферийные области.

3. Уравнивание ГНСС-сетей в локальной топоцентрической системе подобно тому, как это производится в плоской прямоугольной системе координат. Алгоритм уравнивания ГНСС-сетей легко программируется и может быть эффективно реализован для разбивочных сетей с небольшими длинами сторон, которые используются при строительстве различных объектов. В частности, показаны алгоритмы использования интерполяционных формул, требующие определенного сочетания точек с известными нормальными высотами и промежуточных с геодезическими высотами; приведены выкладки для построения модели высот по локальному квазигеоиду, а также на основе учёта уклонов отвесных линий путем вращения эллипсоида.

4. При исследовании интерполяционных способов обосновано, что все четыре метода интерполяции дают приемлемые результаты. Так, около 80% тестовых линий имеют допустимую точность для нивелирования III класса, в

том числе для горных местностей. Естественно, обеспечивается 100% точность для технического нивелирования. Показано, что на практике целесообразно использовать интерполяционный метод, основанный на среднем весе измерений.

5. Получены важные результаты, свидетельствующие не столько о возможности, сколько о целесообразности применения ГНСС технологии для вычисления и нормальных высот, а главное плановых координат. Использование топоцентрических координат позволяет уменьшить погрешности проецирования длин линий геодезических сетей на участках до 20 км более чем вдвое относительно проекции Гаусса-Крюгера.

6. Результаты исследований прошли проверку на конкретных объектах Вьетнама и показали высокую эффективность их использования.

7. Результаты диссертации обозначили перспективы дальнейших исследований, которые состоят в поиске решений по уточнению определения нормальных высот по данным спутниковых определений за счет разработок локальных моделей квазигеоида, а также и в целом применении лишь геоцентрических координат для непосредственной работы в трехмерных координатах.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. ГОСТ Р 51794-2001. Аппаратура радионавигационная глобальной навигационной спутниковой системы и глобальной системы позиционирования. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек. – М.: Госстандарт РФ, –2001. –15 с.
2. СНиП 3.01.03-84. Геодезические работы в строительстве. – М. : ЦНИИГАиК, –1985. –22 с.
3. СП 126.13330.2012. Геодезические работы в строительстве. – М. : ЦНИИГАиК, –2012. –90 с.
4. СП 126.13330.2012. Геодезические работы в строительстве. – М. : ЦНИИГАиК, –2013. –24 с.
5. СП 11-104-97. Инженерные геодезические изыскания для строительства –М. : ЦНИИГАиК, –1996. –119 с.
6. СНиП 11-02-96. Инженерные изыскания для строительства основные положения –М. : ЦНИИГАиК, –1996. –21 с.
7. СП 47.13330.2012. Инженерные изыскания для строительства основные положения –М. : ЦНИИГАиК, –2013. –123 с.
8. ГКИНП 02.262.02–2002 Инструкция по развитию съемочного обоснования с применением ГЛОНАСС и GPS. – М. : ЦНИИГАиК, –2002. –56 с.
9. ГКИНП - 02-033-83. Инструкция по топографическим съемкам в масштабах 1:5000,1:2000,1:1000 и 1:500. – М.: Москва «Недра», –1982. –80 с.
10. ГКИНП 34. Инструкция по топографическим съемкам в масштабах 1:10000 и 1:25000. Полевые работы. – М.: Москва «Недра», –1978. –80 с.
11. СНиП 3.06.07-86. Мосты и трубы. Правила обследований и испытаний. – М.: Москва, –1987. –30 с.
12. СНиП 2.02.02-85. Основания гидротехнических сооружений –М.: Госстандарт РФ, –2011.
13. ГКИНП - 118. Основные положения по созданию топоцентрических планов масштабов 1:5000, 1:2000, 1:10000 и 1:5000. – М.: ГУГК, –1979. –16 с.

14. СП 20.13330.2011. Свод правил нагрузки и воздействия –М. : ЦНИИГАиК, –2011. –36 с.
15. СП 126.13330.2017. СНиП 3.01.03-84. Свод правил. Геодезические работы в строительстве (утв. и введен в действие Приказом Минстроя России от 24.10.2017 N 1469/пр). – Москва, –2017. –87 с.
16. ГОСТР 55024-2012. Сети геодезические. Классификация. Общие технические требования. – М. Москва, –2014. –11 с.
17. Абжапарова, Д.А. Математическая обработка инженерно-геодезических сетей в стереографической проекции Гаусса / Д. А. Абжапарова // Вестник СГГА. – 2014. – Вып. 2(26). – С. 27–32.
18. Абжапарова, Д.А. Разработка методики выбора вида и параметров специальных геодезических проекций при выполнении инженерно-геодезических работ: дис. ... канд. тех. наук: 25.00.32 / Д. А. Абжапарова. –: Новосибирск. – 2017. – 132 с.
19. Абжапарова, Д.А. Решение инженерно-геодезических задач в горной местности с использованием специальных геодезических проекций / Д. А. Абжапарова // Вестник СГУГиТ. – 2017. – Т. 22, № 1. – С. 90–100.
20. Антонович, К.М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии (том 1) / К.М. Антонович. –: М.: Картгеоцентр; Новосибирск: Наука. – 2005. – 334 с.
21. Антонович, К.М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии (том 2) / К.М. Антонович. –: М.: Картгеоцентр; Новосибирск: Наука. – 2006. – 360 с.
22. Баландин, Б.Н. К вопросу вычисления геодезической широты по пространственным прямоугольным координатам / Б. Н. Баландин, М. Я. Брынь, И. В. Меньшиков, Ю. Г. Фирсов // Геодезия и картография. – 2012. – № 2. – С. 9–11.
23. Баландин, В.Н. Алгоритм вычисления геодезической высоты по пространственным прямоугольным координатам / В.Н. Баландин, М.Я. Брынь,



С.П. Имшенецкий, А.В. Юськевич // Геодезия и картография. – 2006. – Т. 67. – №6. – С. 15–16.

24. Баландин, В.Н. Космическая геодезия. Спутниковые навигационные системы и их геодезическое использование: Учебное пособие / В.Н. Баландин, М.Я. Брынь, В.В. Петров, А.В. Юськевич. – СПб.: Санкт-Петербургский горный ин-т. – 2002. – 72 с.

25. Баландин, В.Н. Преобразование геодезических координат к плоским прямоугольным для широкой координатной зоны проекции Гаусса / В. Н. Баландин, А. И. Ефанов, И. В. Меньшиков, Ю. Г. Фирсов // Геодезия и картография. – 2014. – № 8. – С. 21 – 23.

26. Баландин, В.Н. Преобразование координат из одной системы в другую / В.Н. Баландин, И. В. Меньшиков, Ю. Г. Фирсов. –: СПб.: Сборка. – 2016. – 90 с.

27. Баландин, В.Н. Решение задач геодезии и картографии в функциях пространственных прямоугольных координат / В. Н. Баландин, М. Я. Брынь, И. В. Меньшиков, Ю. Г. Фирсов, С. Л. Штрэн. –: СПб.: информационно-издательский центр правительства Санкт-Петербурга «Петроцентр». – 2013. – 112 с.

28. Баландин, В.Н. Спутниковые и традиционные геодезические измерения / В.Н. Баландин, М.Я. Брынь, В.Ф. Хабаров, А.В. Юськевич. –: СПб.: ФГУП «Аэрогеодезия». – 2003. – 112 с.

29. Бойко, Е.Г. Методы совместной обработки локальных наземных и спутниковых геодезических сетей / Е.Г. Бойко, В.М. Зимин, М.Г. Годжаманов // Геодезия и картография. – 2000. – № 11. – С.11–18.

30. Бойко, Е.Г. Особенности уравнивания сетей, построенных относительным методом спутниковой геодезии / Е.Г. Бойко, С.А. Ванин // Геодезия и картография. – 2001. – № 9. – С.9–14.

31. Бойко, Е.Г. Особенности уравнивания сетей, построенных относительным методом спутниковой геодезии / Е.Г. Бойко, С.А. Ванин // Геодезия и картография. – 2001. – № 9. – С.9–14.

32. Большаков, В.Д. Практикум по теории математической обработки геодезических измерений / В.Д. Большаков, Ю.И. Маркузе. – М.: Недра. – 1984. – 345 с.
33. Василенко, В.А. Сплайн функции: теория, алгоритмы программы / В.А. Василенко. – Новосибирск: Наука. – 1983. – 215 с.
34. Войтенко, А.В. О точности передачи координат пунктов ГГС на вспомогательные пункты с помощью спутниковых приемников / А.В. Войтенко, М.С. Куприянов, А.В. Виноградов // Геодезия и картография. – 2005. – № 5. – С.11–14.
35. Вшивкова, О.В. О некоторых объективных точностных ограничениях спутниковых измерений / О.В. Вшивкова, И.В. Калугин // Геодезия и картография. – 2006. – № 6. – С.27–31.
36. Гайрабеков, И.Г. Оценка точности вычисления геодезической высоты по результатам спутниковых измерений. / И.Г. Гайрабеков, И.М. Кравчук // Геодезия и картография. – 2010. – № 6. – С. 5-7.
37. Генике, А.А. Глобальная спутниковая система определения местоположения GPS и ее применение в геодезии / А.А. Генике, Г.Г. Побединский. – М.: Картгеоцентр - Геодезинат. – 1996. – 272 с.
38. Глушков, В.В. Космическая геодезия: методы и перспективы развития / В.В. Глушков, К.К. Насретдинов, А.А. Шарован. – М.: Институт политического и военного анализа. – 2002. – 448 с.
39. Границкий, Л.В. Моделирование движения спутника в топоцентрической системе координат / Л. В. Границкий, Т. В. Рублева, А. Л. Фрейдман // Вестник сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. – 2008. – № 1 (18) – С. 119-122.
40. Журкин, И.Г. Методы вычислений в геодезии / И. Г. Журкин, Ю. М. Неиман. – Москва – Недра. – 1988. – 306 с.
41. Клепко, В.Л. Системы координат в геодезии / В. Л. Клепко, А. В. Александров. – Екатеринбург. – 2011. – 116 с.

42. Ключин, Е.Б. Инженерная геодезия: Учебник для вузов / Е. Б. Ключин, М.И.Киселев, Д.Ш.Михелев, В.Д.Фельдман. – М.: Издательский центр «Академия». – 2004. – 480 с.

43. Ключин, Е.Б. Практикум по прикладной геодезии. Геодезическое обеспечение строительства эксплуатации инженерных сооружений / Е.Б. Ключин, Д.Ш. Михелев, А.К. Зайцев, Д.П. Барков, М.Е Пискунов, О.И. Горбенко, Р.Ф. Скокова. – М.: Недра. – 1993. – 368 с.

44. Ключин, Е.Б. Спутниковое нивелирование: Сборник статей по итогам международной научнотехнической конференции, посвященной 230-летию основания МИИГАиК / Е.Б. Ключин, И.М. Кравчук // Прил. к журналу Изв. вузов. «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2009. – Вып. 2 (в двух частях). Ч. II. – С. 40–42.

45. Ключин, Е.Б. Спутниковые методы измерений в геодезии. Часть 3. Учебное пособие / Е.Б. Ключин, И.Г. Гайрабеков, Е.Ю. Маркелова, В.В. Шлапак. – М.: Изд-во МИИГАиК. – 2015. – 110 с.

46. Коугия, В.А. Геодезические измерения с помощью искусственных спутников Земли: Учебное пособие / В.А. Коугия. – СПб.: Петербургский государственный университет путей сообщения. – 1997. – 32 с.

47. Кравчук, И.М. Особенности вычисления нормальных высот по результатам спутниковых измерений / И. М. Кравчук // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2010. – № 4. – С. 35–40.

48. Кравчук, И.М. Разработка методов вычисления нормальных высот по результатам спутниковых измерений в инженерно-геодезических работах: дис. ... канд. тех. наук: 25.00.32 / И. М. Кравчук. – Москва. – 2010. – 116 с.

49. Медведев, П.А. Анализ преобразований пространственных координат точек земной поверхности / П. А. Медведев // Геодезия и картографии. – 2014. – № 4. – С. 2–8.

50. Михаленко, Е.Б. Инженерная геодезия. Геодезические разбивочные работы / Учеб. Пособие / Е.Б. Михаленко, Н.Д. Беляев, В.В. Вилькевич, Ф.Н.

Духовской, Н.Н. Загрядская, А.А. Смирнов. –: СПб.: Изд-во Политехн. ун-та. – 2007. – 67 с.

51. Мустафин, М.Г. Использование топоцентрической прямоугольной системы координат при решении инженерно-геодезических задач / М. Г. Мустафин, Тхань Шон Чан // Вестник СГУГиТ. – 2018. – Т. 23. – № 3. – С. 61–73.

52. Мустафин, М.Г. Методика определения нормальных высот по данным спутниковых определений с учётом уклонов отвесной линии / М.Г. Мустафин, Тхань Шон Чан // Геодезия и картография. – 2018. – Т. 79. – № 7. – С. 2-10.

53. Мустафин, М.Г. Методика передачи отметок на монтажные горизонты с применением спутниковой технологии измерений / М. Г. Мустафин, Тхань Шон Чан // Геодезия и картография. – 2019. – Т. 80 . – № 4. – С. 2–8.

54. Мустафин, М.Г. Особенности создания геодезических сетей сгущения во Вьетнаме / М. Г. Мустафин, Чан Тхань Шон, Чан Мань Хунг // Международный научно-исследовательский журнал «Успехи современной науки» –2017. – Том 9, № 4. – С. 241 -246

55. Мустафин, М.Г. Совершенствование геодезического обеспечения в строительстве с учётом зон тектонических нарушений и применения топоцентрических координат / М. Г. Мустафин, Тхань Шон Чан, Мань Хунг Чан // Геодезия и картография. – 2019. – Т. 80 . – № 11. – С. 2–14.

56. Нгуен, В.Х. Анализ стабильности пунктов опорной сети при наблюдении за горизонтальными смещениями гидротехнических сооружений во Вьетнаме / Хань Чан, Вьет Ха Нгуен // Известия ВУЗов, Геодезия и аэрофотосъёмка. – 2008. – № 5. – С. 33-38.

57. Нгуен, В.Х. Оценка точности вычисления деформаций плотин гидроэлектростанций спутниковыми методами / Вьет Ха Нгуен // Известия ВУЗов, Геодезия и аэрофотосъёмка. – 2010. – № 6. – С. 19 - 24.

58. Новиков, В.И. Основы геодезии и картографии: учеб. пособие / В.И. Новиков, А.Б. Рассада. –: Саратов: Саратовс. гос. техн. ун-т. – 2007. – 84 с.
59. Обиденко, В.И. Разработка методики получения нормальных высот на территории Новосибирской области с использованием глобальной модели EGM2008 / В. И. Обиденко, О. А. Оприцова, А. П. Решетов // Вестник СГУГиТ. – 2016. – Вып. 1 (33). – С. 14–25.
60. Огородова, Л.В. Высшая геодезия и основы координатно-временных систем: учебно-методическое пособие / Л. В. Огородова. –: М.: МИИГАиК. – 2017. – 40 с.
61. Огородова, Л.В. Высшая геодезия. Часть III. Теоретическая геодезия: Учебник для вузов / Л.В. Огородова. –: М.: Геодезкартиздат. – 2006. – 384 с.
62. Огородова, Л.В. Интерполирование астрономо-геодезических аномалий высоты / Л.В. Огородова, А.А. Балбеков, И.Б. Резникова, А.П. Юзефович // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2006. – № 4. – С. 41–47.
63. Огородова, Л.В. Совместное вычисление геодезической широты и высоты точек поверхности Земли / Л. В. Огородова // Геодезия и картография. – 2011. – № 9. – С. 11–15.
64. Одуан, К. Измерение времени. Основы GPS / К. Одуан, Б. Гино. –: Техносфера. – 2002. – 383 с.
65. Сото, М.Т. Разработка методики анализа результатов геодезических измерений при наблюдении за осадками и смещениями крупных инженерных сооружений спутниковыми методами: дис. ... канд. тех. наук: 25.00.32 / Мануэль Трехо Сото. –: МИИГАиК. – 2007. – 120 с.
66. Сугаипова, Л.С. Сравнение современных моделей глобального гравитационного поля земли / Л.С. Сугаипова // Известия ВУЗов, Геодезия и аэрофотосъёмка. – 2011. – № 6. – С. 14-20.
67. Телеганов, Н.А. Высшая геодезия и основы координатно-временных систем / Н. А. Телеганов, А. В. Елагин. –: Новосибирск : СГГА. – 2004. – 238 с.

68. Телеганов, Н.А. Метод и системы координат в геодезии: учеб. пособие. / Н. А. Телеганов, Г. Н. Тетерин. –: Новосибирск : СГГА. – 2010. – 139 с.
69. Тетерин, Г.Н. История геодезии с древнейших времен. – Новосибирск: Сибпринт / Г. Н. Тетерин. –: Новосибирск: Сибпринт. – 2001. – 432 с.
70. Тетерин, Г.Н. Принципы, критерии, законы развития геодезии / Г. Н. Тетерин. –: Новосибирск : Сибпринт. – 2002. – 104 с.
71. Фам, Х.Л. Новое определение высоты пика Фансипан — «крыши» Индокитая / Хоанг Лан Фам, Ти Кыонг Дао // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка» (Сборник статей по итогам международной научно-технической конференции, посвященной 230-летию основания МИИГАиК. – Выпуск 2. В 2-х частях. –Ч. II). – 2009. – №6. – С. 14 - 16.
72. Фирсов, Ю.Г. Анализ технологий для обеспечения батиметрических исследований северного ледовитого океана в интересах определения внешней границы континентального шельфа и опыт их применения / Ю. Г. Фирсов, В. Н. Баландин, И. В. Меньшиков, М. Г. Мустафин // Геодезия и картография. – 2010. – № 5. – С. 49–55.
73. Чан, Т.Ш. Алгоритм преобразования координат из геоцентрической системы в топоцентрическую и его применение в строительстве во Вьетнаме / Тхань Шон Чан, А. А. Кузин // Вестник СГУГиТ. – 2019. – Т. 24, № 1. – С. 59–71.
74. Чан, Т.Ш. Анализ влияния кривизны Земли на результаты спутниковых и традиционных измерений в топоцентрической системе координат / Тхань Шон Чан, А. А. Кузин // Маркшейдерский вестник. – 2018. – № 6. – С. 38–43.
75. Чан, Т.Ш. Использование ГНСС наблюдений для определения нормальных высот пунктов геодезических сетей / Тхань Шон Чан // Устойчивое развитие науки и образования. – 2018. – №7. – С. 307 – 312.

76. Чан, Т.Ш. Особенности определения нормальных высот пунктов по данным спутниковых измерений / Тхань Шон Чан // Наука через призму времени. – 2017. – №8. – С. 138 – 140.

77. Чан, Т.Ш. Примерение спутниковых технологий в проектировании инженерных геодезических сетей в условиях ландшафтных особенностей региона Вьетнама: Дельта красной реки / Тхань Шон Чан, Хыу Вьет Нгуен, Мань Хунг Чан // Международный научно-исследовательский журнал. – 2017 – № 11 (65) часть 3 Ноября. – С. 169 – 173.

78. Шануров, Г.А. Повышение точности определения нормальных высот, полученных на основе использования глобальных навигационных спутниковых систем / Г. А. Шануров, Л. В. Остроумов, А. А. Розанова // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъёмка. – 2009. – № 4. – С. 30–36.

79. Юнес, Ж.А. Обоснование технологии создания спутниковой геодезической сети для условий низких широт: дис. ... канд. тех. наук: 25.00.32 / Ж.А. Юнес. –: Горный университет. – 2018. – 149 с.

80. Юнес, Ж.А. Особенности преобразования координат из геоцентрической системы WGS-84 на проекцию Меркатора для условий низких широт / Ж.А. Юнес // Геодезия и картография. – 2018. – Т. 79. – № 10. – С. 2-6.

81. Юнес, Ж.А. Создание опорной маркшейдерской сети с использованием технологии спутникового позиционирования / Ж. А. Юнес, М. Г. Мустафин, В. Д. Морозова // Маркшейдерский вестник. – 2017. – № 2. – С. 25–28.

82. AllTrans EGM2008 calculator 1.1. Available from: <http://www.brothersoft.com/alltrans-egm2008-calculator-216023.html>.

83. Hans-Gerd Duenck-Kerst AllTrans v2.325. Available from: <http://www.lavteam.org/tags/Hans-Gerd+Duenck-Kerst/>.

84. QCVN 04 : 2009/BTNMT. Quy chuan ki thuat quoc gia ve xay dung luoi toa do (National technical regulation on establishment of Horizontal control network). – Во TNMT (Viet Nam), –2009. –36 p.

85. Awange, J.L. Integrating the Global Positioning System (GPS) with the Local Positioning System (LPS). in - The Threedimensional Orientation Problem. University of Stuttgart. 1999. USA: USA.
86. TT 973/2001/TT-TCDC. Huong dan ap dung he quy chieu va he toa do quoc gia VN-2000. – Bo TNMT (Tong cuc dia chinh) - Hanoi, –2001.
87. QCVN 11 : 2008/BTNMT. Quy chuan ky thuat quoc gia ve xay dung luoi do cao (National technical regulation on establishment of leveling network). – BTNMT (Vietnam), –2008. –95 pages.
88. TCXDVN 309 : 2004/ND-CP. Cong tac Trac dia trong xay dung cong trinh - Yeu cau chung (Surveying in construction. General requirements). – Bo Xaydung, No 04/2005/QD-BXD –2004. –34 p.
89. Bui, K.L. Tinh toan di thuong do cao cho khu vuc Viet Nam tren co so su dung he so ham dieu hoa cau chuan hoa day du cua mo hinh the trong trong toan cau EGM 2008 / Khac Luyen Bui, Dinh Toan Vu // Tap chi KHKT Mo – Dia chat. – 2014. – No 46. – p. 77-84.
90. Dang, N.C. Trac dia cao cap: bai giang Truong DH Mo dia chat Ha Noi / Nam Chinh Dang, Ngoc Duong Do. –: Ha Noi: NXB- GTVT. – 2000. – 185 pp.
91. G.Busics, P.Zalaba. Comparison between traditional and GPS measurements in local deformation monitoring areas. in International Symposium IAG on Recent Crustal Movement. Cairo. 1998. Egypt: USA.
92. Guo, J.-y. Study on curved surface fitting model, using GPS and leveling in local area / Jin-yon Guo, Xiao-tao Chang, Qiang Yue // Trans. Nonferrous Met. Soc. – 2005. – 15- 1. – pp. 140–144.
93. Hoang, N.H. Tinh toan trac dia va co so du lieu: bai giang cao hoc Truong DH Mo dia chat Ha Noi / Ngoc Ha Hoang. –: Ha noi: NXB -GTVT, 2000. – 2000. – 222 p.
94. Hofmann-Wellenhof Global Positioning System / Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger B., Collins H. –: Wien, New York. – 1994. – 353 p.
95. NABED, A.N., B. GOURINE, S.-A. BENAHMED, DAHO, B. GHEZALI, A. ZEGGAI. Combination of Mixed Adjustment Model and Geodetic



Lines Method to Transform GPS Coordinates into National Coordinates. in FIG XXII International Congress, Washinhton, DC. 2002. USA: USA.

96. Ngo, V.H. The Vietnam State System of Coordinate and attentions required to be paid when applying it to design and construction / Van Hoi Ngo // Journal of Construction Science and Technology. – 2005. – No 3. – pp. 33 – 36.

97. Nguyen, D.D. Refinement anomalous elevation EGM2008 base on GPS-levelling data in local region Tay Nguyen and south central coastal areas / Duy Do Nguyen, Nam Chinh Dang, Insisiengmay Sisomphone // Journal Science Earth (Vietnam). – 2012. – 34(1). – P. 85 - 91.

98. Nguyen, Q.P. Researching on using suitably the horizontal coordinate in engineering surveying / Quang Phuc Nguyen // Journal Geodesy and cartography. – 2008. – No 3. – pp. 2– 6.

99. Pavlis, N.K. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008) / Nikolaos K. Pavlis, Simon A. Holmes, Steve C. Kenyon, John K. Factor. –: American Geophysical Union. Journal of Geophysical Research. – 2012. –vol 117. – 38 p.

100. Pham, T.H. The terrain effect in vertical deflection in the northwest and highlands mountainous areas / Thi Hoa Pham // Journal of Science about earth. – 2012. – No 34(1). – pp. 92 – 96.

101. Ruland, R. Application of GPS in high precision engineering survey network / Robert Ruland, Alfred Leick // SLAC-PUB. – 1985. – 3620. – pp. 1-11.

102. Shaoquan, X. GPS automatic monitoring system for outside deformation of Geheyan dam on the Qingjiang river, Geospatial information science / Xu Shaoquan, Liu Jing-nan, Li Zhenghang, Li Zhenhong // Geospatial information science, China. – 2000. – Volume 3. – pp 58–64.

103. Sheng-xiang, H. Evaluating the precision of GPS positioning for short baseline using long-term data / Huang Sheng-xiang, Liu Jing-nan // Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, Wuhan 430079, China. – 2001. – Volume 2. – pp 66–72.

104. Tongcuc, D., Bao cao xay dung he quy chieu va he toa do quoc gia, BTNMT, Editor. 1998: Hanoi. 187 pp.

105. Tran, T.S. Development of a local quasigeoid model for Vietnam land area using the global EGM2008 model. – DOI: 10.1088/1742-6596/1384/1/012056 / Thanh Son Tran, A.A. Kuzin, M.G. Mustafin // Journal of Physics: Conference Series (International Conference “Complex equipment of quality control laboratories”). – 2019. – Volume 1384:012056. – pp. 1 – 7.

106. Tran, V.T. Nghien cuu ung dung GPS trong tra dia cong trinh o Viet Nam: Luan an tien si ky thuat: 2.16.01 / Viet Tuan Tran. –: Ha Noi. – 2007. – 203 p.

107. Tziavos, I.N. Adjustment of Collocated GPS, Geoid and Orthometric Height Observations in Greece. Geoid or Orthometric Height Improvement. / I.N. Tziavos, G.S. Vergos, V.N. Grigoriadis, V.D. Andritsanos // Conference Paper. – 2012. – January. – P. 481 – 487.

108. Xiaoqi, L. Application of GPS to three dimensional dam deformation monitoring / Lan Xiaoqi, Hua Xisheng, Huang Xiaoshi, Chui Xiaodong // Hohai University, Nanjing 210098, China. – 2004. – Volume 4. – pp 48–50.